Proseminar zur Vorlesung Philosophische Logik — SS 2014

Übungsblatt 8 (Abgabe am 20.6.) — T. Piecha

Aufgabe 1 (5 Punkte)

Wir lassen neben Strukturen $\mathfrak{M} = \langle M, \mathcal{I} \rangle$ mit $M \neq \emptyset$ ausnahmsweise auch Strukturen $\mathfrak{M}_\emptyset = \langle \emptyset, \mathcal{I} \rangle$ mit leerem Gegenstandsbereich M zu.

(a) Zeigen Sie, dass $\nvDash \forall x P(x)$, aber $\mathfrak{M}_\emptyset \vDash \forall x P(x)$. (2 Punkte)

(b) Geben Sie eine Formel an, die in jeder Struktur $\mathfrak{M}$ (d. h. mit $M \neq \emptyset$) gültig ist, aber nicht gültig ist in Strukturen $\mathfrak{M}_\emptyset$, und zeigen Sie dies. (3 Punkte)

Aufgabe 2 (5 Punkte)

Geben Sie jeweils einen Tableaubeweis an für:

(a) $(\forall x P(x) \vee \forall x Q(x)) \to \forall x (P(x) \vee Q(x))$ (2 Punkte)

(b) $\forall x \forall y (P(x) \to P(y)) \to (\forall x P(x) \vee \forall x \neg P(x))$ (3 Punkte)

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Zeigen Sie $\nvDash \forall x (P(x) \vee Q(x)) \to (\forall x P(x) \vee \forall x Q(x))$ durch Angabe eines Gegenmodells, und weisen Sie dies nach.

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Zeigen Sie rein semantisch: $\vDash \exists y (P(y) \to \forall x P(x))$.

Aufgabe 5 (2 Punkte)

Können die Aussagen “Alles existiert” und “Etwas existiert” im Rahmen der Quantorenlogik adäquat ausgedrückt werden? Diskutieren Sie.