

**Aufgabe 42** (2+2 Punkte)

Zeigen Sie in NK':

- a)  $\forall x(x = x), \forall xyz(x = y \wedge z = y \rightarrow x = z) \vdash \forall xy(x = y \rightarrow y = x)$
- b)  $\forall x(x = x), \forall xyz(x = y \wedge z = y \rightarrow x = z) \vdash \forall xyz(x = y \wedge y = z \rightarrow x = z)$

**Aufgabe 43** (2+2 Punkte)

Zeigen Sie in NK:

- a)  $\vdash \forall x(\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow (\varphi \rightarrow \forall x\psi)$ , sofern  $x \notin FV(\varphi)$
- b)  $\vdash \forall x\varphi(x) \rightarrow \neg\forall x\neg\varphi(x)$

**Aufgabe 44** (2 Punkte)

Zeigen Sie in NK'\_=:  $\forall z(z = x \rightarrow z = y) \vdash x = y$

**Aufgabe 45** (2+2 Punkte)

Es sei  $\{T_i \mid i \in I\}$  eine Familie von Theorien, welche durch Mengeninklusion linear geordnet ist. Weiterhin sei  $T = \bigcup\{T_i \mid i \in I\}$  Zeigen Sie:

- a)  $T$  ist eine Theorie, die jede Theorie  $T_i$  erweitert.
- b) Wenn jede Theorie  $T_i$  konsistent ist, dann ist auch  $T$  konsistent.

**Aufgabe 46** (2 Punkte + 2 Zusatzpunkte)

Sei  $\mathcal{L}$  eine formale Sprache, so dass die beiden Konstanten  $\dot{c}$  und  $\dot{d}$  die einzigen nichtlogischen Zeichen sind.

- a) Geben Sie eine Formel  $\varphi \in \mathcal{L}$  an, die genau dann in einer  $\mathcal{L}$ -Struktur  $\mathfrak{A} = \langle A, \dots \rangle$  gültig ist, wenn  $A$  2-elementig ist.
- b) Sei dann  $\Gamma := \{\varphi, \dot{c} \neq \dot{d}\}$  und  $T := \text{Ded}(\Gamma)$  die resultierende Theorie. Prüfen Sie, ob  $T$  eine Henkintheorie ist.

Abgabe der Aufgaben am Do. 19.07.2012 nach der Vorlesung oder als PDF im Internet.