Theoretische Grundlagen der Logikprogrammierung SS 2018

Übungsblatt 4 **Abgabe am 18.5.** **T. Piecha**

Aufgabe 1 (6 Punkte)

(a) Zeigen Sie durch einen Resolutionsbeweis: $((A \to B) \to C) \to D \vDash (A \wedge B \wedge C) \to D$, für Atome A, B, C, D. (3 Punkte)

(b) Gilt auch $(A \wedge B \wedge C) \to D \vDash ((A \to B) \to C) \to D$? (3 Punkte)

Aufgabe 2 (8 Punkte)

Wir betrachten die Klauselmenge $\Gamma = \{\vdash A, B \ ; \ A \vdash B \ ; \ B \vdash A \ ; \ A, B \vdash\}$.

(a) Zeigen Sie, dass Γ unerfüllbar ist. (2 Punkte)

Gibt es eine Resolutionswiderlegung für Γ, falls die Resolutionsregel nur angewendet werden darf, wenn in einer der beiden Prämissen

(b) ausschließlich *positive* Literale vorkommen dürfen (das Antezedens einer Prämisse also leer sein muss)? (3 Punkte)

(c) ausschließlich *negative* Literale vorkommen dürfen (das Sukzedens einer Prämisse also leer sein muss)? (3 Punkte)

Aufgabe 3 (6 Punkte)

Beweisen Sie: Ist $S \in R(\Gamma)$ für eine beliebige endliche oder unendliche Klauselmenge Γ, dann gibt es eine *endliche* Klauselmenge $\Gamma' \subseteq \Gamma$, so dass $S \in R(\Gamma')$.

Hinweis: Beweisen Sie zunächst per Induktion über $n \in \mathbb{N}$, dass für jedes n gilt: Wenn $S \in Rs^n(\Gamma)$, dann gibt es eine endliche Klauselmenge $\Gamma' \subseteq \Gamma$, so dass $S \in Rs^n(\Gamma')$.

Die folgende Aufgabe ist eine Bonusaufgabe; sie kann bis zum 1.6. abgegeben werden.

Aufgabe 4 (10 Punkte)

Wir betrachten die folgende Klauselmenge Γ:

$$\vdash A, C, E \tag{1}$$
$$\vdash A, B, C, D \tag{2}$$
$$B, D \vdash A, C \tag{3}$$
$$A, B, D \vdash C, E \tag{4}$$
$$A, C, D \vdash B, E \tag{5}$$
$$A, B \vdash C, D \tag{6}$$
$$A, B, D, C \vdash \tag{7}$$
$$A, E \vdash C, D \tag{8}$$
$$A, C, D, E \vdash \tag{9}$$
$$C \vdash A, D \tag{10}$$
$$D \vdash A, C \tag{11}$$
$$C \vdash B, D, E \tag{12}$$
$$D \vdash B, C, E \tag{13}$$

Bestimmen Sie alle nicht-tautologischen Klauseln S der Form $X \vdash Y$ für Mengen von Atomen $X \subseteq \{A, C, D\}$ und $Y \subseteq \{A, C, D\}$, so dass $\Gamma \vdash_{\text{Res}} S$.