

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Zeigen Sie durch quantorenlogische Resolution:

(a) $\models \exists x(P(x) \rightarrow \forall yP(y))$ (3 Punkte)

(b) $\models \forall x(P(x) \rightarrow Q(x)) \rightarrow (\forall xP(x) \rightarrow \forall xQ(x))$ (3 Punkte)

(c) $\exists xP(x) \rightarrow A, \exists yQ(y) \rightarrow A \models \exists x(P(x) \vee Q(x)) \rightarrow A$, wobei A ein beliebiges Atom sei. (4 Punkte)

Aufgabe 2 (3 Punkte)

Wir betrachten die Klauselmengen $\Gamma = \{S_1, S_2, S_3\}$ mit

$S_1. \quad P(x, a), P(x, u), P(u, x) \vdash$

$S_2. \quad \vdash P(y, f(y)), P(y, a)$

$S_3. \quad \vdash P(f(z), z), P(z, a)$

Zeigen Sie durch sogenannte *Grundresolution*, dass Γ unerfüllbar ist. Dazu erzeugt man durch geeignete Grundsubstitutionen zunächst eine neue Klauselmengen, in der alle vorkommenden Terme Grundterme sind. Auf diese Klauselmengen wendet man dann das Resolutionsverfahren an.

Aufgabe 3 (7 Punkte)

(a) Zeigen Sie für beliebige Terme t , dass $x\vartheta = t\vartheta$ genau dann, wenn $\vartheta = [x/t]\vartheta$. (2 Punkte)

(b) Finden Sie zwei Terme s und t , so dass zwar s eine Instanz von t ist, aber s und t nicht unifizierbar sind. (2 Punkte)

(c) Beweisen Sie für beliebige Terme s und t : Ist s eine Instanz von t , so ist s mit einer Variante von t unifizierbar. (3 Punkte)