

Aufgabe 1

Die Sprache \mathcal{L} enthalte das 1-stellige Prädikatsymbol P , das 2-stellige Relationszeichen R und die Konstanten k und l . Wir betrachten die Struktur $\mathfrak{M} = \langle M, \mathcal{I} \rangle$ für \mathcal{L} , wobei

$$\begin{aligned}M &= \{0, 1, 2\} \\ \mathcal{I}(P) &= \{0\} \\ \mathcal{I}(R) &= \{\langle 0, 0 \rangle, \langle 0, 1 \rangle, \langle 0, 2 \rangle, \langle 1, 2 \rangle\} \\ \mathcal{I}(k) &= 1 \\ \mathcal{I}(l) &= 0\end{aligned}$$

Bestimmen Sie, welche der folgenden Formeln in der Struktur \mathfrak{M} gelten und welche nicht. Geben Sie jeweils eine kurze Begründung an.

- (a) $P(k)$
- (b) $\neg R(l, x)$
- (c) $\exists x \exists y R(x, y)$
- (d) $\exists x \forall y (P(x) \wedge R(x, y))$
- (e) $\forall x \exists y (P(x) \wedge R(x, y))$
- (f) $\exists x (P(x) \rightarrow R(x, x))$

Aufgabe 2

Geben Sie zu folgenden Formeln jeweils ein Modell und ein Gegenmodell an:

- (a) $\forall y \forall x (P(y) \rightarrow P(x))$
- (b) $\exists x \forall y (P(x) \rightarrow Q(y))$
- (c) $\exists x \forall y R(x, y) \rightarrow \forall x R(x, x)$
- (d) $\forall y (P(y) \rightarrow \forall x P(x))$
- (e) $\exists x \forall y R(x, y) \vee \forall y \exists x \neg R(x, y)$
- (f) $\neg \exists x \forall y R(x, y)$
- (g) $\neg \exists x \exists y (Q(x) \wedge \neg P(y))$

Aufgabe 3

Können die Aussagen “Alles existiert” und “Etwas existiert” im Rahmen der Quantorenlogik adäquat ausgedrückt werden? Diskutieren Sie.