

1. Gib zu jeder der folgenden Formeln an, welche Variablenvorkommen frei und welche gebunden sind. Gib ferner jeweils die Menge der freien und der gebundenen Variablen in der Formel an.

- a) $\forall z(\forall x\exists yPxz \vee Pzy)$
- b) $\forall xRxy \vee \exists yRxy$
- c) $\forall x\forall y\forall zPxy \rightarrow Rz$
- d) $\forall yPy \vee \forall x\forall z(Rzx \vee Py)$

2. Führe folgende Substitutionen aus bzw. gib an, warum die Substitution nicht erlaubt ist.

- a) $\exists x\forall zPxyz [y/z]$
- b) $\exists x\forall zPxyz [y/z_1]$
- c) $\exists x\forall zPxyz [x/z]$
- d) $\exists x\forall zPxyz [y/y]$
- e) $\forall x\forall z(Pxy \rightarrow \exists z_1Qz_1yz) [y/z]$
- f) $\forall x\forall z(Pxy \rightarrow \exists z_1Qz_1yz) [y/z_1]$
- g) $\forall x\forall z(Pxy \rightarrow \exists z_1Qz_1yz) [y/x]$
- h) $\forall x\forall z(Pxy \rightarrow \exists z_1Qz_1yz) [y/z_2]$
- i) $\forall y(Px \vee Qy) \rightarrow Py [y/x]$
- j) $\forall y(Px \vee Qy) \rightarrow Py [y/x] [x/z]$
- k) $\forall y(Px \vee Qy) \rightarrow Py [y/z]$