Übungen zur Vorlesung Mathematische Logik II — Blatt 5

Prof. Dr. P. Schroeder-Heister — **SS 2009**

Aufgabe 1

Gegeben seien die folgenden Regeln:

$$\frac{\Gamma, \phi, \psi \vdash \Delta}{\Gamma, \phi \wedge \psi \vdash \Delta}\,(\wedge\vdash)' \qquad\qquad \frac{\Gamma \vdash \phi, \psi, \Delta}{\Gamma \vdash \phi \vee \psi, \Delta}\,(\vdash\vee)'$$

Zeigen Sie: $\Gamma \vdash \Delta$ ist in LK genau dann ableitbar, wenn $\Gamma \vdash \Delta$ in dem System ableitbar ist, das man aus LK erhält, indem man $(\wedge\vdash)$ durch $(\wedge\vdash)'$ und $(\vdash\vee)$ durch $(\vdash\vee)'$ ersetzt.

Aufgabe 2

Gegeben sei das System, das man aus LK erhält, indem man Antezedens und Sukzedens einer Sequenz als Mengen von Formeln liest und Vertauschungs- sowie Kontraktionsregeln wegläßt. Zeigen Sie: $\Gamma \vdash \Delta$ ist in LK genau dann ableitbar, wenn $\Gamma \vdash \Delta$ in dem neuen System ableitbar ist.

Aufgabe 3

Zeigen Sie: Bei aussagenlogischen Beweisen kann man sich auf Beweise beschränken, in denen nur solche Sequenzen vorkommen, in denen jede vorkommende Formel höchstens dreimal links und zweimal rechts vom Sequenzenzeichen vorkommt. (Wie sind die Regeln zu fassen, damit eine Formel höchstens zweimal links und zweimal rechts vorkommt?) Leiten Sie daraus die Entscheidbarkeit der intuitionistischen und der klassischen Aussagenlogik ab.

Aufgabe 4

Beweisen Sie im klassischen Sequenzenkalkül: $\vdash \exists x \forall y (Px \to Py)$