

**Aufgabe 1** (2 Punkte)

Beweisen Sie: Die Anwendung der Tableauregel  $(\neg\Diamond)$  in einem erfüllbaren Tableau führt wieder zu einem erfüllbaren Tableau.

**Aufgabe 2** (2 Punkte)

Zeigen Sie für beliebige Formeln  $A$ , dass keine Formel der Form  $\Box\Diamond A$  in  $K$  gilt.

**Aufgabe 3** (6 Punkte)

Es sei  $\boxtimes A := (\Box A \wedge A)$ , für jede Formel  $A$ . Prüfen Sie unter Verwendung von Tableaux oder semantisch, welche der folgenden Formeln in  $K4$  beweisbar, bzw. gültig sind:

(a)  $\boxtimes\Box p \leftrightarrow p$  (2 Punkte)

(b)  $\boxtimes\Box p \leftrightarrow \Box\boxtimes p$  (2 Punkte)

(c)  $\boxtimes\boxtimes p \leftrightarrow \boxtimes p$  (2 Punkte)

**Aufgabe 4** (4 Punkte)

Geben Sie einen S5-Tableaubeweis für  $\Diamond\Box p \rightarrow (\Diamond p \rightarrow \Box(p \wedge \Diamond p))$  an.

**Aufgabe 5** (6 Punkte)

In der Vorlesung haben wir einen Tableaurekalkül für S5 durch Hinzunahme der Regelpaare  $T$ ,  $4$  und  $4r$  angegeben. Alternativ kann ein Tableaurekalkül für S5 angegeben werden, bei dem nur Signaturen der Form  $n$  (für  $n \in \{1, 2, 3, \dots\}$ ) vorkommen, und in dem für die Modaloperatoren lediglich die folgenden Regeln verwendet werden:

Falls die Signatur  $k$  noch nicht im Zweig vorkommt:

$$(\Diamond^*) \frac{n \Diamond A}{k A} \qquad (\neg\Box^*) \frac{n \neg\Box A}{k \neg A}$$

Falls die Signatur  $k$  schon im Zweig vorkommt:

$$(\Box^*) \frac{n \Box A}{k A} \qquad (\neg\Diamond^*) \frac{n \neg\Diamond A}{k \neg A}$$

Geben Sie jeweils einen Beweis für  $\Box p \vee \Box(\Box p \rightarrow q)$  in jedem der beiden Tableaurekalküle für S5 an.