Beweise und Widerlegungen in der formalen Logik SS 2010

Übungsblatt 3 (Abgabe am 14. 5.) Thomas Piecha

Aufgabe 1 (20 Punkte)

Beweisen Sie:

(a) $\forall x A(x) \wedge \forall y B(y) \vdash_{\mathrm{NK}} \forall x (A(x) \wedge B(x))$ (2 Punkte)

(b) $\forall x (A(x) \wedge B(x)) \vdash_{\mathrm{NK}} \forall x A(x) \wedge \forall y B(y)$ (2 Punkte)

(c) $\forall x (A(x) \to B) \vdash_{\mathrm{NK}} \exists x A(x) \to B$ (x nicht frei in B) (2 Punkte)

(d) $\exists x (A(x) \to B) \vdash_{\mathrm{NK}} \forall x A(x) \to B$ (x nicht frei in B) (2 Punkte)

(e) $\vdash_{\mathrm{NK}} \forall x A(x) \to \neg \exists x \neg A(x)$ (3 Punkte)

(f) $\vdash_{\mathrm{NK}} \neg \exists x \neg A(x) \to \forall x A(x)$ (3 Punkte)

(g) $\vdash_{\mathrm{NK}} \exists x A(x) \to \neg \forall x \neg A(x)$ (3 Punkte)

(h) $\vdash_{\mathrm{NK}} \neg \forall x \neg A(x) \to \exists x A(x)$ (3 Punkte)

Aufgabe 2 (10 Zusatzpunkte)

Sei NK′ der Kalkül NK ohne die Regeln ($\forall$ I) und ($\forall$ E) mit $\forall x A(x) := \neg \exists x \neg A(x)$. Zeigen Sie, daß NK′ äquivalent zu NK ist, d. h. daß $\vdash_{\mathrm{NK'}} A$ genau dann, wenn $\vdash_{\mathrm{NK}} A$.