

**Aufgabe 1** (2 Punkte)

Zeigen Sie, daß  $(\lambda xyz.xzy)(\lambda xy.x) =_{\beta} (\lambda xy.x)(\lambda x.x)$ .

**Aufgabe 2** (2 + 2 Punkte)

Geben Sie zwei Paare von Termen  $M_1, N_1$  und  $M_2, N_2$  an, so daß zwar jeweils  $M_i =_{\beta} N_i$ , aber weder  $M_i \triangleright_{\beta} N_i$  noch  $N_i \triangleright_{\beta} M_i$  gilt.

**Aufgabe 3** (4 Punkte)

Beweisen Sie, daß, wenn man in der Definition der  $\beta$ -Gleichheit für die einzelnen Schritte neben  $\equiv_{1\alpha}$ ,  $\triangleright_{1\beta}$  und  $\triangleleft_{1\beta}$  auch eine Relation  $=_{1\phi}$  zuließe mit  $P[\lambda xy.x] =_{1\phi} P[\lambda xy.y]$ , dann würde für alle  $\lambda$ -Terme  $M, N$  gelten:  $M =_{\beta} N$ .

Hinweis: Der Beweis erfolgt durch ein simples Nachweisen dieser  $\beta$ -Gleichheit.

**Aufgabe 4** (6 Punkte)

Geben Sie eine  $\beta$ -Reduktionsfolge für den folgenden Term an:

$$(\lambda x.(\lambda y.yxx)(\lambda y.yxx))(\lambda y.xy)$$

**Aufgabe 5** (4 Zusatzpunkte)

Geben Sie Terme  $P$  und  $Q$  an, so daß zwar weder  $P$  noch  $Q$  eine  $\beta$ -Normalform besitzen, dafür aber  $(PQ)$ .