

Übungen zur Vorlesung Mathematische Logik II

Prof. Dr. P. Schroeder-Heister

Blatt 7

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Zeigen Sie, daß die folgenden Funktionen primitiv rekursiv sind, indem Sie sie durch die Ausgangsfunktionen, Komposition und primitive Rekursion ausdrücken:

a) $f_1(x) = 3 \cdot x$

b) $f_2(x) = x!$

c) $f_3(x, y) = x^y$

d) $f_4(x, y) = \max(x, y)$

e) $f_5(x, y, z) = \max(x, y, z)$

Aufgabe 2 (5 Punkte)

Zeigen Sie wie in Aufgabe 1, daß die Funktionen f und g , definiert durch

$$\begin{aligned}f(0) &= a_1, \\g(0) &= a_2, \\f(n+1) &= h_1(f(n), g(n), n), \\g(n+1) &= h_2(f(n), g(n), n),\end{aligned}$$

primitiv rekursiv sind, wobei h_1 und h_2 als primitiv rekursiv vorausgesetzt werden.

Aufgabe 3 (5 Punkte)

Zeigen Sie wie in Aufgabe 1, daß die Fibonacci-Folge, definiert durch

$$\begin{aligned}f(0) &= 1, \\f(1) &= 1, \\f(n+2) &= f(n) + f(n+1),\end{aligned}$$

primitiv rekursiv ist.