Mathematische Logik I — WS 2016/17

Übungsblatt 5 — Abgabe am 25.11. — T. Piecha

Aufgabe 1 (5 Punkte)
Zeigen Sie die folgenden logischen Äquivalenzen mithilfe algebraischer Umformungen. Sie dürfen dabei die anderen logischen Äquivalenzen aus den Lemmas 2.12 und 2.13 verwenden. Geben Sie dabei in jedem Schritt an, welche dieser Äquivalenzen Sie verwenden und ob Sie dabei den Substitutionssatz (Theorem 3.3) benötigen.

(a) $\varphi \to (\sigma \to \psi) \dashv\models \varphi \wedge \sigma \to \psi$ (2 Punkte)

(b) $\varphi \vee \psi \to \sigma \dashv\models (\varphi \to \sigma) \wedge (\psi \to \sigma)$ (3 Punkte)

Aufgabe 2 (5 Punkte)
Beweisen Sie per Induktion über n, m:

$$\neg\Big(\bigwedge_{i=1}^{n} \bigvee_{j=1}^{m} \varphi_{ij}\Big) \dashv\models \bigvee_{i=1}^{n} \bigwedge_{j=1}^{m} \neg\varphi_{ij}$$

Aufgabe 3 (4 Punkte)
Geben Sie jeweils ein einfaches Verfahren zur Überprüfung der folgenden Eigenschaften an, und begründen Sie, warum das Verfahren das Gewünschte leistet.

(a) Allgemeingültigkeit einer Formel in konjunktiver Normalform. (2 Punkte)

(b) Erfüllbarkeit einer Formel in disjunktiver Normalform. (2 Punkte)

Aufgabe 4 (6 Punkte)
Geben Sie für folgende Formeln jeweils eine konjunktive und eine disjunktive Normalform an. Was ist bei (b) und (c) zu beachten?

(a) $(p \leftrightarrow \neg q) \vee (q \wedge (\top \to p))$ (2 Punkte)

(b) $\neg(\varphi_1 \to \varphi_2) \wedge \varphi_2$ (2 Punkte)

(c) $(\varphi_1 \vee (\bot \leftrightarrow \neg\varphi_2)) \to (\varphi_1 \wedge \neg\varphi_2 \to \varphi_1)$ (2 Punkte)