

Aufgabe 1 (1 Punkt)

Beweisen Sie die folgende Behauptungen über Ableitbarkeit in NK' :

$$\Gamma, \phi \vdash \psi \text{ genau dann, wenn } \Gamma \vdash \phi \rightarrow \psi.$$

Aufgabe 2 (2 + 2 + 2 + 3 Punkte)

Zeigen Sie durch Konstruktion geeigneter Ableitungen in NK' :

- a) $p_0 \rightarrow (p_1 \rightarrow p_2), p_0 \rightarrow p_1 \vdash p_0 \rightarrow p_2$
- b) $p_0 \rightarrow (p_1 \wedge p_2) \vdash (p_0 \rightarrow p_1) \wedge (p_0 \rightarrow p_2)$
- c) $(p_0 \rightarrow \perp) \rightarrow \perp \vdash p_0$
- d) $\vdash (p_0 \rightarrow p_1) \wedge (p_0 \rightarrow (p_1 \rightarrow \perp)) \rightarrow (p_0 \rightarrow \perp)$

Aufgabe 3 (3 Punkte)

Beweisen Sie Proposition 6.7 (3). D.h. beweisen Sie die Gültigkeit der Schlussregeln $(\forall I_1)$ und $(\forall I_2)$ in NK' , wobei $\phi \vee \psi$ wie auf Seite 37 des Skripts definiert ist. Zeigen Sie dazu für NK' :

$$\phi \vdash \phi \vee \psi \quad \text{sowie} \quad \psi \vdash \phi \vee \psi$$

Aufgabe 4 (3 Punkte)

Zeigen Sie durch Konstruktion einer Ableitung in NK' :

$$\vdash (\phi \vee \psi) \leftrightarrow ((\phi \rightarrow \psi) \rightarrow \psi)$$

HINWEIS: Zur Darstellung von Ableitungsbäumen in $\text{L}^{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ ist die Style-Datei `bussproofs.sty` geeignet. Datei und Anleitung sind unter <http://math.ucsd.edu/~sbuss/ResearchWeb/bussproofs/> verfügbar.