Proseminar Einführung in die Logik — WS 2015/16

Übungsblatt 5 — T. Piecha

Aufgabe 1

Beweisen Sie: $\vDash A \leftrightarrow B$ genau dann, wenn $\vDash A \to B$ und $\vDash B \to A$.

Aufgabe 2

Zeigen Sie die folgenden Äquivalenzen:

(a) $\neg(A \vee B) \dashv\vDash \neg A \wedge \neg B$

(b) $A \to (B \to C) \dashv\vDash A \wedge B \to C$

(c) $A \vee B \to C \dashv\vDash (A \to C) \wedge (B \to C)$

Machen Sie sich die Äquivalenzen auch anhand natürlichsprachlicher Beispiele klar.

Aufgabe 3

Formalisieren Sie:

(a) Weder ist es rot noch ist es gelb, aber nach Orange schmeckt es auch nicht.

(b) Was einfach ist, kann nicht zerlegt werden, und was logisch einfach ist, kann nicht eigentlich definiert werden.

(c) Entweder betrifft der Unterschied höchstens die Vorstellungen, oder den Sinn aber nicht die Bedeutung, oder endlich auch die Bedeutung.

(d) Wenn man beweisen kann, dass wenn A beweisbar ist, dann A, dann ist A beweisbar.

Aufgabe 4

Betrachten Sie das folgende Argument:

Jedes kontingente Seiende ist irgendwann existent geworden. Die Zeit erstreckt sich unendlich in die Vergangenheit. Wenn die Zeit sich unendlich in die Vergangenheit erstreckt, dann gilt: Wenn jedes kontingente Seiende irgendwann existent geworden ist, dann muss es eine Zeit vor der Existenz jedes kontingenten Seienden gegeben haben. Wenn es eine solche Zeit gegeben hat, dann gilt: Falls es heute kontingentes Seiendes gibt, dann hat ein kontingentes Seiendes sich selbst geschaffen oder es gibt ein notwendiges Seiendes, das ein kontingentes Seiendes geschaffen hat. Es gibt heute kontingentes Seiendes. Kein kontingentes Seiendes hat sich selbst geschaffen. Daher gibt es ein notwendiges Seiendes, das ein kontingentes Seiendes geschaffen hat.

(a) Halten Sie das Argument für intuitiv gültig?

(b) Formalisieren Sie das Argument.

(c) Überprüfen Sie, ob die Folgerungsbehauptung gilt. (Sie können verkürzt argumentieren. Wie viele Zeilen hätte die Wahrheitstafel, wenn Sie alle relevanten Bewertungen betrachten würden?)