Über den anomalen Zeemaneffekt (Teil I).

Von A. Landé.

(Eingegangen am 16. April 1921.)

Inhalt: § 1. Die inneren Quantenzahlen. § 2. Quantentheorie des normalen Zeemaneffektes. § 3. Räumliche Quantelung, Auswahl- und Polarisationsregel bestimmen die Anzahl der π- und σ-Komponenten. § 4. Die anomalen magnetischen Energieniveaus bestimmen die Lagen. § 5. Das Korrespondenzprinzip bestimmt die Intensitäten.

Die komplizierten Typen des anomalen Zeemaneffekts sind in neuerer Zeit sichergestellt worden besonders durch die schönen Untersuchungen von E. Back im Tübinger Institut, welche Sommerfeld[1]) publiziert hat. Neuerdings hat Back[2]), fußend auf der Rungeschen Regel und Sommerfelds magnetooptischem Zerlegungssatz, konstruktive Gesetzmäßigkeiten aufgedeckt, welche die beobachteten Zeemantypen beherrschen, und zu „Indexregeln" zusammengefaßt, welche es ermöglichen, auch bisher unbeobachtete neue Typen vorauszusagen. Die vorliegende Arbeit soll nun den Bau der anomalen Zeemantypen vom Standpunkte des Kombinationsprinzips und der Quantentheorie aus verständlich machen. Sie endet damit, daß jede einzelne magnetische Zerlegungskomponente einem bestimmten Übergange von einem Quantenzustande des Atoms in einen anderen Quantenzustand zugeordnet wird bzw. aus zwei magnetischen Termen kombiniert wird. Der anomale Zeemaneffekt gibt dadurch eine besonders eindringliche Illustration zum Auswahlprinzip von Rubinowicz und Bohr.

§ 1. Zur Vorbereitung muß kurz auf einige bereits im magnetisch unbeeinflußten Zustande zutage tretenden Eigentümlichkeiten derjenigen Liniengebilde eingegangen werden, die Rydberg als vollständige Dubletts und Tripletts bezeichnet hat. Die Analyse der Serienlinien in Kombinationsterme ergibt nämlich bei den

Dublettlinien.	Triplettlinien.	
einen s-Term	einen s-Term	
zwei p-Terme	drei p-Terme	(1)
zwei d-Terme	drei d-Terme	

Während man nun aus diesem Schema durch Kombination des einen s-Terms mit seinen zwei (bzw. drei) p-Termen in der Hauptserie (s,p) Liniendubletts (bzw. Tripletts) erhält, würde man in der

[1]) A. Sommerfeld, Ann. d. Phys. **63**, 221, 1920. Atombau u. Spektrallinien. 2. Aufl. S. 541.

[2]) E. Back, Die Naturwissenschaften **9**, 199, 1921.

ersten Nebenserie (p, d) durch Kombination aller p-Terme mit ihren d-Termen $2 . 2 = 4$- (bzw. $3 . 3 = 9$-)fache Linien erwarten, findet aber in Wirklichkeit nur 3- (bzw. 6-)fache Linien in der ersten Nebenserie, nämlich nur die folgenden Kombinationen [1]):

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Vollständige Dubletts.} & \text{Vollständige Tripletts.} \\ \underline{(\mathfrak{s}\mathfrak{p}_1)}\ (\mathfrak{s}\mathfrak{p}_2) & \underline{(s p_1)}\ (s p_2)\ (s p_3) \\ \underline{(\mathfrak{p}_1\mathfrak{d}_1)}\ (\mathfrak{p}_1\mathfrak{d}_2)\ (\mathfrak{p}_2\mathfrak{d}_2) & \underline{(p_1 d_1)}\ (p_1 d_2)\ (p_1 d_3) \\ & \underline{(p_2 d_2)}\ (p_2 d_3)\ (p_3 d_3) \end{array}\right\} \quad (2)$$

In dem Ausfallen der übrigen Kombinationen erblickt Sommerfeld das Wirken eines Auswahlprinzips, welches er zu dem Auswahlprinzip von Rubinowicz und Bohr [2]) in Parallele setzt, indem er den verschiedenen Termen außer ihren azimutalen Quantenzahlen n noch gewisse andere ganze Zahlen k zuordnet, die er „innere" Quantenzahlen nennt (Tabelle 1. Die eingeklammerten Zahlen sind noch nicht durch Beobachtungen bestätigt):

Tabelle 1.

	Dubletts							Tripletts									
Term .	$\mathfrak{s}$	$\mathfrak{p}_1$	$\mathfrak{p}_2$	$\mathfrak{d}_1$	$\mathfrak{d}_2$	$\mathfrak{b}_1$	$\mathfrak{b}_2$	s	p_1	p_2	p_3	d_1	d_2	d_3	b_1	b_2	b_3
n . .	1	2	2	3	3	(4)	(4)	1	2	2	2	3	3	3	(4)	(4)	(4)
k . . .	1	2	1	3	2	(4)	(3)	1	2	1	0	3	2	1	(4)	(3)	(2)

Dann läßt sich nämlich die Tatsache der vollständigen Dubletts und Tripletts, daß nur die Kombinationen (2) in Wirklichkeit vorkommen, einfacher formulieren durch die Auswahlregel:

B. Es werden nur diejenigen Terme kombiniert, deren „innere" Quantenzahlen k sich um 0 oder ± 1 unterscheiden.

§ 2. Wir müssen ferner an die Debye-Sommerfeldsche Theorie des normalen Zeemaneffekts erinnern [3]). Ist n die azimutale

[1]) In der Paschenschen Schreibweise bedeutet P, $\mathfrak{p}$, p den Prinzipal-Term der Einfachlinien, Dubletts, Tripletts, während π eine Parallelkomponente im transversalen Zeemaneffekt angibt.

[2]) A. Rubinowicz, Phys. ZS. **19**, 441, 1918. N. Bohr, Kopenh. Akad. 1918. Die strengere Fassung des Auswahlprinzips von Bohr heißt:

A. Es werden nur die Terme kombiniert, deren azimutale Quantenzahlen n sich um ± 1 unterscheiden. Die weitere Fassung (A′) läßt Änderungen von n um 0 oder ± 1 zu. Das Korrespondenzprinzip verlangt: (A) gilt, wenn nur ein Elektron zum Impuls des Atoms beiträgt, wenn also seine Bahnebene mit der invariablen Atomebene zusammenfällt. (A′) gilt, wenn mehrere gekreuzte Elektronenbahnen zum Gesamtimpuls des Atoms beitragen (vgl. z. B. A. Sommerfeld, l. c., 2. Aufl., S. 536.

[3]) Dadurch brauchen wir in unsere Darstellung Sommerfelds „magnetooptischen Zerlegungssatz" (l. c.) nicht ausdrücklich einzuführen, der bei der Auffindung unserer Resultate wichtig war.

Quantenzahl, so kann die Drehachse des Atoms nur solche Winkel Θ mit der Feldrichtung H bilden, daß

$$m = n \cdot \cos\Theta = \text{ganze Zahl}, \quad |m| \leq n \tag{3}$$

wird (Sommerfelds räumliche Quantelung). Die zu diesen Stellungen gehörigen magnetischen Störungsenergien E sind

$$E = m \cdot h\omega_0, \quad \text{wo} \quad \omega_0 = \frac{e}{\mu}\frac{H}{4\pi c}. \tag{4}$$

Führt man statt E die in Einheiten $\omega_0 h$ gemessene Energiegröße e ein, so schreibt sich (4) in der für das Folgende wichtigen Form

$$\frac{\omega}{\omega_0} = m \cdot g \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \pm n \text{ mit } g = 1) \tag{4'}$$

mit dem speziellen Proportionalitätsfaktor $g = 1$. Aus dem Korrespondenzprinzip von Bohr bzw. aus der Kopplung von Atom und Äther nach Rubinowicz leitet sich die Auswahl- und Polarisationsregel ab:

C. Die äquatoriale Quantenzahl m darf sich nur um 0 bzw. ± 1 ändern: im ersten Falle entstehen parallel dem Felde H polarisierte (π)-Komponenten, im zweiten Falle senkrecht zum Felde polarisierte (σ)-Komponenten bei transversaler Beobachtung.

Ein Atom im S-Termzustand ($n = 1$) bzw. im P-Termzustand ($n = 2$) kann also nach (3) folgende Werte der äquatorialen Quantenzahl besitzen:

$$\left.\begin{array}{llrrrrr} S\text{-Term } (n = 1) \ldots & & & -1 & 0 & +1 & \\ P\text{-Term } (n = 2) \ldots & & -2 & -1 & 0 & +1 & +2 \end{array}\right\} \tag{5}$$

Die nach C. erlaubten Übergänge des S-Termzustandes in den P-Termzustand (Hauptserie) werden also in (5) durch Pfeile zwischen zwei senkrecht untereinander stehenden Stellen (π-Komponenten) bzw. durch 45° nach rechts und links ansteigende Pfeile (σ-Komponenten) dargestellt.

Bildet man noch die magnetischen Störungsenergiedifferenzen zwischen Anfangs- und Endzustand, $\Delta e = e_P - e_S$, so wird bei den erlaubten Übergängen die Abweichung Δe von der Mitte des Aufspaltungsbildes nach (4')

$$\Delta e = 0, \pm 1 \text{ (normales Zeemantriplett).}$$

Wichtig für das Folgende ist, daß hier drei verschiedene Übergänge, entsprechend den drei verschiedenen senkrechten Pfeilen, im Aufspaltungsbilde ein und dieselbe π-Komponente in der Bildmitte verursachen, und auch die beiden σ-Komponenten des normalen Tripletts hier drei verschiedene Entstehungsarten haben, entsprechend den drei rechtsgeneigten Pfeilen und den drei linksgeneigten Pfeilen in (5). Das ist eine Folge der Beziehung (4′) zwischen Impuls m und Energie e unter Vermittlung des einen stets gleichen Faktors $g = 1$ Wir werden sehen, daß im anomalen Zeemaneffekt ein solches Aufeinanderfallen nicht mehr stattfindet, sondern durch Ungültigkeit von $g = 1$ jeder Übergang (Pfeil) zu einer besonders sichtbaren Aufspaltungskomponente führt.

§ 3. Um nun die Struktur[1]) der anomalen Zeemanzerlegungen quantentheoretisch zu behandeln, wollen wir folgende Arbeitshypothese aufstellen, die zwar für die formale Gültigkeit unserer Resultate bedeutungslos ist (man braucht überall statt Quantenzahlen einfach Zahlen zu sagen), für eine speziellere Theorie des Effekts aber von Bedeutung sein kann. Obige Auswahlregel B. geht nämlich in das Auswahlprinzip A′. für gekreuzte Elektronenbahnen über, wenn wir die hypothetischen „inneren“ Quantenzahlen k (Tabelle 1) ansprechen als die azimutalen Quantenzahlen des Atoms als Ganzes in seiner invariablen Ebene (im Gegensatz zu der „äußeren“ azimutalen Quantenzahl des einen springenden äußeren Elektrons). Existiert nun ein Feld H, so kann die Atomachse noch verschiedene Winkel Θ mit der Feldrichtung bilden. Bezeichnet man demnach die Projektion des Impulsvektors k auf die Feldrichtung H als äquatorialen Impuls, so muß die äquatoriale Quantenzahl m gleich oder kleiner sein als die Quantenzahl k

$$|m| \leqq k, \tag{6}$$

und man erwartet für m die obige Auswahl- und Polarisationsregel C. von Rubinowicz und Bohr im Magnetfelde.

Während jedoch die übliche räumliche Quantelung im Magnetfelde ganzzahlige Werte für m allein zuläßt, muß man sich hier (Begründung in Teil II) mit rationalen Brüchen für m zufrieden geben, die aber wegen C. im Abstande ± 1 aufeinanderfolgen müssen. Wegen der Symmetrie von $+$ und $-$ für m kommt deshalb als einzige Folge gebrochener Zahlen die Wertereihe:

$$m = \pm\frac{1}{2}, \quad \pm\frac{3}{2}, \cdots \pm\frac{2k-1}{2} \tag{7}$$

in Betracht, neben der anderen Wertereihe

$$m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots \pm k. \tag{7'}$$

[1]) Die Forderung der magnetischen Aufspaltung, der Terme ist gestellt worden von T. v. Lohuizen, Amst. Akad., Mai 1919. Siehe auch J. Krönert, Dissertation München 1920 und A. Sommerfeld, l. c.

Wir werden sehen, daß die erstere Alternative bei den Dublett-, die letztere bei den Triplett-Aufspaltungsbildern in Erscheinung tritt.

Mit Hilfe von A., B., C. und (7), (7′) läßt sich dann die ganze Mannigfaltigkeit der komplizierten Zeemanzerlegungen beherrschen, wenn man noch den Proportionalitätsfaktor g [vgl. (4′)] zwischen dem äquatorialen Impuls m und der magnetischen Störungsenergie e kennt in der Beziehung:

$$e = m \cdot g. \tag{8}$$

Aber auch ohne Kenntnis der Einzelwerte g ist jetzt bereits die Anzahl der π- und σ-Komponenten in jedem Aufspaltungstyp bestimmt auf Grund der Quantenzahlen n und k der Taballe 1. Versteht man z. B. unter g' den unbekannten g-Wert für den Term $\mathfrak{s}$ ($n = 1$, $k = 1$) und g'' für $\mathfrak{p}_1$ ($n = 2$, $k = 2$), so werden die magnetischen Energieniveaus für diese Terme nach (7) [vgl. (5)]

$$\left.\begin{array}{lcccc} \mathfrak{s}\text{-Term} \ldots & & -{}^1/_2\, g' & +{}^1/_2\, g' & \\ \mathfrak{p}_1\text{-Term} \ldots & -{}^3/_2\, g'' & -{}^1/_2\, g'' & +{}^1/_2\, g'' & +{}^3/_2\, g'' \end{array}\right\} \tag{5'}$$

Man hat also im Aufspaltungsbild der Linie ($\mathfrak{s}\,\mathfrak{p}_1$) Na-$D_2$-Linie zwei π-Komponenten [senkrechte Pfeile in (5′)] bei $\pm({}^1/_2\, g' - {}^1/_2\, g'')$, zwei σ-Komponenten (schräge Pfeile) bei $\pm({}^1/_2\, g' - {}^3/_2\, g'')$ und zwei σ-Komponenten bei $\pm({}^1/_2\, g' + {}^1/_2\, g'')$.

§ 4. Die Analyse der Zeemanbilder führt, wie wir nachher durch Synthese bestätigen werden, zu folgender Berechnungsart der Aufspaltungsfaktoren g. Wir wollen unter $\bar{m}$ den bei $k = n$ vorkommenden Maximalwert von m verstehen, also bei den

$$\left.\begin{array}{ccc} \text{Einfachlinien} & \text{Dubletts} & \text{Tripletts} \\ \bar{m} = n & \bar{m} = (2n-1):2 & \bar{m} = n \\ \multicolumn{3}{c}{\text{(Atomachse parallel dem Felde, siehe Teil II)}} \end{array}\right\} \tag{9}$$

Bei den Einfachlinientermen, bei denen ja stets $k = n$ ist, setzen wir dann

$$\bar{m} \cdot g = k, \tag{10}$$

woraus wegen (9) folgt:

$$g = 1 \tag{10'}$$

[wie schon in (4′) festgestellt, so daß (10) gerechtfertigt ist]. Es zeigt sich, daß bei den Dublettermen ebenfalls (10) gilt:

$$\bar{m} \cdot g = k, \tag{11}$$

woraus wegen (9) folgt:

$$g = \frac{2k}{2n-1}, \tag{11'}$$

mit den Einzelwerten:

Term	$\mathfrak{s}$	$\mathfrak{p}_1$	$\mathfrak{p}_2$	$\mathfrak{d}_1$	$\mathfrak{d}_2$	$\mathfrak{b}_1$	$\mathfrak{b}_2$
g	$^2/_1$	$^4/_3$	$^2/_3$	$^6/_5$	$^4/_5$	$(^8/_7)$	$(^6/_7)$

(11″)

Es zeigt sich dagegen bei den Triplettermen, daß hier das Produkt $\overline{m}.g$ nicht $= k$ ist, sondern je nach dem Term verschiedene Werte hat, die in der folgenden Tabelle (12) zusammengestellt sind, und aus der sich in jedem Einzelfalle der Faktor g berechnet (12′).

$$\left.\begin{array}{llll} \text{Für } k = n, & k = n-1, & k = n-2 \\ \overline{m}.g = k+1, & k+1+\dfrac{1}{n-1}, & k+\dfrac{k}{n-1} \end{array}\right\} \qquad (12)$$

mit den Einzelwerten:

Term	s	p_1	p_2	p_3	d_1	d_2	d_3	b_1	b_2	b_3
g	$^2/_1$	$^3/_2$	$^3/_2$	$^0/_1$	$^4/_3$	$^7/_6$	$^1/_2$	$(^5/_4)$	$(^{13}/_{12})$	$(^2/_3)$

(12′)

Aus (7), (7′), (11), (12) folgt also, daß die Störungsenergien e folgende Wertmöglichkeiten $m.g$ besitzen:

Tabelle 2.

	n	$k \backslash m$	$\pm {}^1/_2$	$\pm {}^3/_2$	$\pm {}^5/_2$		n	$k \backslash m$	0	± 1	± 2	± 3
$\mathfrak{s}$	1	1	$\pm {}^1/_1$	—	—	s	1	1	0	$\pm {}^2/_1$	—	—
$\mathfrak{p}_1$	2	2	$\pm {}^2/_3$	$\pm {}^6/_3$	—	p_1	2	2	0	$\pm {}^3/_2$	$\pm {}^6/_2$	—
$\mathfrak{p}_2$	2	1	$\pm {}^1/_3$	—	—	p_2	2	1	0	$\pm {}^3/_2$	—	—
—	—	—	—	—	—	p_3	2	0	0	—	—	—
$\mathfrak{d}_1$	3	3	$\pm {}^3/_5$	$\pm {}^9/_5$	$\pm {}^{15}/_5$	d_1	3	3	0	$\pm {}^4/_3$	$\pm {}^8/_3$	$\pm {}^{12}/_3$
$\mathfrak{d}_2$	3	2	$\pm {}^2/_5$	$\pm {}^6/_5$	—	d_2	3	2	0	$\pm {}^7/_6$	$\pm {}^{14}/_6$	—
—	—	—	—	—	—	d_3	3	1	0	$\pm {}^1/_2$	—	—

Diese Tabelle entspricht ganz dem, was Sommerfeld (l. c.) als ideale Forderung für eine Tabelle magnetischer Energieniveaus postuliert hat. Nur kommen bei den Triplett-d-Termen neben dem Nenner 3 auch die Nenner 2 und 6 vor [entgegen der Aussage[1]) des

[1]) Sommerfeld (l. c.) hat bereits durch Anwendung seines magnetooptischen Zerlegungssatzes erkannt, daß bei den Dubletts die Termnenner $2n-1$, bei den Tripletts die Termnenner n auftreten, und hat diese Tatsache als ein „Zahlenmysterium" bezeichnet. Bei uns ist dies eine Folge der im Teil II zu begründenden Gleichung $\overline{m}.g = k$ bzw. $\overline{m}.g =$ (Gl. 12). Speziell die drei Gesetze (12) werden wir im Teil II als Ausschnitt aus einer größeren Gesamtheit von Gesetzen erkennen, welche auch die beim Neon auftretenden neuartigen Aufspaltungen und die sogenannten Einfachterme beim Hg-Spektrum beherrschen, wobei alle diese Gesetze durch eine einheitliche Formel umfaßt werden, zu der die Dublettaufspaltungen mit gehören.

$$\begin{array}{r|cccc|}
\mathfrak{s} & & -\frac{1}{1} & +\frac{1}{1} & \\
\mathfrak{p}_1 & -\frac{6}{3} & -\frac{2}{3} & +\frac{2}{3} & +\frac{6}{3}
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r|cc|}
\mathfrak{s} & -\frac{1}{1} & +\frac{1}{1} \\
\mathfrak{p}_2 & -\frac{1}{3} & +\frac{1}{3}
\end{array}$$

$$(\mathfrak{s}\,\mathfrak{p}_1)\left\{\frac{(1)\quad 3\quad 5}{3}\right\}
\qquad
(\mathfrak{s}\,\mathfrak{p}_2)\left\{\frac{(2)\quad 4}{3}\right\}$$

$$\begin{array}{r|cccc|}
\mathfrak{p}_1 & -\frac{6}{3} & -\frac{2}{3} & +\frac{2}{3} & +\frac{6}{3} \\
\mathfrak{d}_2 & -\frac{6}{5} & -\frac{2}{5} & +\frac{2}{5} & +\frac{6}{5}
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r|cccc|}
\mathfrak{p}_2 & & -\frac{1}{3} & +\frac{1}{3} & \\
\mathfrak{d}_2 & -\frac{6}{5} & -\frac{2}{5} & +\frac{2}{5} & +\frac{6}{5}
\end{array}$$

$$(\mathfrak{p}_1\mathfrak{d}_2)\left\{\frac{(4)\quad 8\quad (12)\quad 16\quad 24}{15}\right\}
\qquad
(\mathfrak{p}_2\mathfrak{d}_2)\left\{\frac{(1)\quad 11\quad 13}{15}\right\}$$

$$\begin{array}{r|cccccc|}
\mathfrak{p}_1 & & -\frac{6}{3} & -\frac{2}{3} & +\frac{2}{3} & +\frac{6}{3} & \\
\mathfrak{d}_1 & -\frac{15}{5} & -\frac{9}{5} & -\frac{3}{5} & +\frac{3}{5} & +\frac{9}{5} & +\frac{15}{5}
\end{array}$$

$$(\mathfrak{p}_1\mathfrak{d}_1)\left\{\frac{(1)\quad (3)\quad 15\quad 17\quad 19\quad 21}{15}\right\}$$

$$\begin{array}{r|ccccc|}
s & & -2 & 0 & +2 & \\
p_1 & -\frac{6}{2} & -\frac{3}{2} & 0 & +\frac{3}{2} & +\frac{6}{2}
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r|ccc|}
s & -2 & 0 & +2 \\
p_2 & -\frac{3}{2} & 0 & +\frac{3}{2}
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r|ccc|}
s & -2 & 0 & +2 \\
p_3 & & 0 &
\end{array}$$

$$(s\,p_1)\left\{\frac{(0)\quad (1)\quad 2\quad 3\quad 4}{2}\right\}
\qquad
(sp_2)\left\{\frac{(1)\quad 3\quad 4}{2}\right\}
\qquad
(sp_3)\left\{\frac{(0)\quad 4}{2}\right\}$$

$$\begin{array}{r|ccccc|}
p_1 & -\frac{6}{2} & -\frac{3}{2} & 0 & +\frac{3}{2} & +\frac{6}{2} \\
d_3 & & -\frac{1}{2} & 0 & +\frac{1}{2} &
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r|ccc|}
p_2 & -\frac{3}{2} & 0 & +\frac{3}{2} \\
d_3 & -\frac{1}{2} & 0 & +\frac{1}{2}
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r|ccc|}
p_3 & & 0 & \\
d_3 & -\frac{1}{2} & 0 & +\frac{1}{2}
\end{array}$$

$$(p_1d_3)\left\{\frac{(0)\quad 1\quad (2)\quad 3\quad 5}{2}\right\}
\qquad
(p_2d_3)\left\{\frac{1\quad (2)\quad 3}{2}\right\}
\qquad
(p_3d_3)\left\{\frac{(0)\quad 1}{2}\right\}$$

$$\begin{array}{r|ccccc|}
p_1 & -\frac{6}{2} & -\frac{3}{2} & 0 & +\frac{3}{2} & +\frac{6}{2} \\
d_2 & -\frac{14}{6} & -\frac{7}{6} & 0 & +\frac{7}{6} & +\frac{14}{6}
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r|ccccc|}
p_2 & & -\frac{3}{2} & 0 & +\frac{3}{2} & \\
d_2 & -\frac{14}{6} & -\frac{7}{6} & 0 & +\frac{7}{6} & +\frac{14}{6}
\end{array}$$

$$(p_1\,d_2)\left\{\frac{(2)\quad (4)\quad 5\quad 7\quad 9\quad 11}{6}\right\}
\qquad
(p_2d_2)\left\{\frac{(0)\quad (2)\quad 5\quad 7\quad 9}{6}\right\}$$

$$\begin{array}{r|ccccccc|}
p_1 & & -\frac{6}{2} & -\frac{3}{2} & 0 & +\frac{3}{2} & +\frac{6}{2} & \\
d_1 & -\frac{12}{3} & -\frac{8}{3} & -\frac{4}{3} & 0 & +\frac{4}{3} & +\frac{8}{3} & +\frac{12}{3}
\end{array}$$

$$(p_1\,d_1)\left\{\frac{(0)\quad (1)\quad (2)\quad 6\quad 7\quad 8\quad 9\quad 10}{6}\right\}$$

„Zahlenmysteriums"], eine Folge der z. T. gebrochenen Werte von $\overline{m}.g$ in (12).

Die zu beobachtenden magnetischen Aufspaltungen Δe erhält man dann als Differenz der beiden e-Werte des Anfangs- und Endterms, während Zulässigkeit und Polarisation der betreffenden Komponente durch C. geregelt ist.

In der folgenden Zusammenstellung sind dementsprechend in der ersten Zeile die Werte von $e = m.g$ für den Endzustand, in der zweiten Zeile für den Anfangszustand hingeschrieben. Senkrecht untereinander stehen wie in (5) die Terme mit gleicher äquatorialer Quantenzahl m; horizontale Nachbarn haben ein um ± 1 voneinander abweichendes m. Man denke sich nun wie in (5) von der ersten Zeile zur zweiten Pfeile gezeichnet, und zwar 1. zwischen zwei senkrecht übereinanderstehenden Stellen (Übergänge mit π-Polarisation) und 2. um 45° geneigte Pfeile zwischen je zwei Stellen, deren m sich um $+1$ bzw. -1 unterscheiden (Übergänge mit σ-Polarisation). Die so erhaltenen Übergänge geben nun in der Tat eindeutig und lückenlos alle beobachteten Aufspaltungsbilder wieder. Letztere sind in der dritten Zeile angeschrieben, und zwar die π-Komponenten eingeklammert, die σ-Komponenten ohne Klammern. Diese Zahlen sind noch mit $\pm$ versehen zu denken und durch den **Runge**schen Nenner zu dividieren, der unter dem Bruchstriche steht. Z. B. gibt die Linie $(\mathfrak{s}\mathfrak{p}_1)$, d. i. die Na-$D_2$-Linie,

$$\begin{aligned}
&\pi\text{-Komponenten bei } \left(+\frac{1}{1}\right)-\left(+\frac{2}{3}\right) \text{ und } \left(-\frac{1}{1}\right)-\left(-\frac{2}{3}\right)\\
&\sigma\text{-Komponenten bei } \left(+\frac{1}{1}\right)-\left(+\frac{6}{3}\right) \text{ und } \left(-\frac{1}{1}\right)-\left(-\frac{6}{3}\right)\\
&\sigma\text{-Komponenten bei } \left(+\frac{1}{1}\right)-\left(-\frac{2}{3}\right) \text{ und } \left(-\frac{1}{1}\right)-\left(+\frac{2}{3}\right)
\end{aligned}$$

die man in der dritten Zeile wiederfindet.

Bei den Triplettlinien (sp_2), $(p_2 d_3)$, $(p_1 d_2)$ werden π-Komponenten in der Bildmitte nicht beobachtet. Bei den entsprechenden Übergängen (in dem Schema punktiert) bleibt außer der inneren äquatorialen Quantenzahl $m = 0 = m'$ auch die innere Quantenzahl k ungeändert, und wir müssen deshalb als Zusatz zu C. noch verlangen;

> C'. Übergänge, bei denen $m = 0$ und $m' = 0$ und gleichzeitig $k - k' = 0$ ist, haben verschwindende Intensität.

Diese Zusatzregel wird vom Korrespondenzprinzip gefordert (s. u. § 5).

Zusammenfassend können wir die Lage Δe der Zeemankomponenten bei den verschiedenen Typen durch (13) darstellen:

Einfachlinien	Dublettlinien	Triplettlinien
$m=0,\pm 1,\dots \pm k$	$m=\pm\frac{1}{2},\pm\frac{3}{2},\dots\pm\frac{2k-1}{2}$	$m=0,\pm 1,\pm 2,\dots \pm k$
$k=n$	$k=n,\ n-1$ bzw. $k=n=1$	$k=n,\ n-1,\ n-2$ bzw. $k=n=1$
$n=1,\ 2,\ \dots \infty$	$n=1,\ 2,\ \dots \infty$	$n=1,\ 2,\ \dots \infty$
$m\cdot g=k$	$\overline{m}\cdot g=k$	$\overline{m}\cdot g=$ Gl. (12)

$$\left.\begin{array}{l}\text{A. } n-n'=+1,\,-1\\ \text{B. } k-k'=0,\,+1,\,-1\\ \text{C. } m-m'=\begin{cases}\ \ 0 & (\pi\text{-Komponenten})\\ \pm 1 & (\sigma\text{-Komponenten})\end{cases}\\ \text{C}'.\ \text{Die Kombination } k-k'=0,\ m=0,\ m'=0 \text{ fällt aus.}\end{array}\right\} \quad \boxed{\Delta e = mg - m'g'} \qquad (13)$$

Einen bestimmten Zeemantyp erhält man bei festen n, n', k, k' durch Variation von m, m'.

Die Erklärung der anomalen Zeemantypen ist also reduziert auf das Problem der anomalen Grundfaktoren g, die man nach (4) auffassen kann als scheinbar anomale Werte von ε/μ, siehe Teil II[1]).

Auf Grund von (13) bzw. nach Analogie des Schemas S. 237 kann man unter anderem folgende Voraussagen über bisher unbeobachtete

Tabelle 3.

$\mathfrak{d}_1\, b_2$	$\dfrac{(6)\quad 12\quad (18)\quad 24\quad (30)\quad 36\quad 48\quad 60}{35}$
$\mathfrak{d}_1\, b_1$	$\dfrac{(1)\quad (3)\quad (5)\quad 35\quad 37\quad 39\quad 41\quad 43\quad 45}{35}$
$\mathfrak{d}_2\, b_2$	$\dfrac{(1)\quad (3)\quad 27\quad 29\quad 31\quad 33}{35}$
$\mathfrak{s}\,\mathfrak{d}_2$	$\dfrac{1\quad (3)\quad 7}{5}$
$d_1\, b_1$	$\dfrac{(0)\quad (1)\quad (2)\quad (3)\quad 12,\ 13,\ 14,\ 15,\ 16,\ 17,\ 18}{12}$
$s\, d_2$	$\dfrac{(0)\quad 2\quad (5)\quad 7}{6}$
$s\, d_3$	$\dfrac{3\quad (9)\quad 12}{6}$

[1]) Z. B. hat der s-Term der Dubletts und Tripletts den Faktor $g = 2$, d. h. eine scheinbare Verdoppelung von ε/μ. Damit hängt wohl das gänzlich unverständliche Ergebnis zusammen, daß die ε/μ-Bestimmung aus dem magnetisch-mechanischen Fundamentaleffekt von Einstein und de Haas (Verh. d. D. Phys. Ges. **17**, 152, 1915) einen verdoppelten ε/μ-Wert ergibt. Vgl. S. J. Barnett, Phys Rev. **6**, 239, 1915; **10**, 7, 1917; J. G. Stewart, Phys. Rev. **11**, 100, 1918; Emil Beck, Ann. d. Phys. **60**, 109, 1919.

Zeemantypen machen: für die Aufspaltungsbilder der Bergmannserien (db) und für Starks „diffuse Hauptserie" (sd). Von den sechs Typen (bd) ist nur der von ($b_1 d_1$) explizit hingeschrieben. Im Teil II folgen entsprechende Betrachtungen über das Spektrum von Hg und Ne.

§ 5. Hinsichtlich der Intensitäten bemerken wir, daß von den unzerspaltenen Linien (2) diejenigen die stärksten sind [Hauptlinien, in (2) unterstrichen], bei denen außer der Abnahme von n um 1 auch k um 1 abnimmt, daß dagegen die Linien, bei denen k ungeändert bleibt oder um 1 zunimmt, schwächer sind (Satelliten). Diesen Tatbestand würde man nach dem Bohrschen Korrespondenzprinzip erwarten, wenn man das aus gekreuzten Bahnen bestehende Atom repräsentiert durch ein Elektron, welches in der invariablen Atomebene mit dem Kreisbahnradius c zirkuliert, und ein zweites Elektron, welches mit geringerer Amplitude a axial schwingt ($a < c$).

Dasselbe Ersatzmodell im Magnetfeld ($\mathfrak{H} \parallel z$) mit der äquatorialen Komponente $m = k . \cos \Theta$ hat dann als Mittelwerte der Amplituden x und z

$$\left.\begin{aligned} &\text{parallel zum Feld } \bar{z} = c . \sin \Theta + a . \cos \Theta \\ &\text{senkrecht zum Feld } \bar{x} = c . \sqrt{\frac{1 + \cos^2 \Theta}{2}} + a . \sin \Theta \end{aligned}\right\} \tag{14}$$

Daraus liest man nach Bohrs Korrespondenzprinzip ab: „Die Stärke einer π-Komponente ist proportional zu $\bar{z}(\Theta)$, die einer σ-Komponente zu $\bar{x}(\Theta)$, wobei Θ ein mittlerer Wert zwischen den Neigungen Θ' und Θ'' der Atomachse gegen die Feldrichtung im Anfangs- und Endzustand ist." Da im allgemeinen $c > a$ anzunehmen ist, also das c-Glied in (14) maßgebend ist, gilt qualitativ: Diejenigen π-Komponenten sind die stärksten, die bei quer zum Feld gestellter Atomachse entstehen; diejenigen σ-Komponenten sind die stärksten, bei deren Entstehung die Atomachse möglichst parallel zum Feld zeigt. Oder auf das Schema S. 237 angewandt:

Diejenigen π-Komponenten sind die stärksten, welche durch Pfeile in der Mitte des Übergangsschemas dargestellt werden; diejenigen σ-Komponenten sind die stärksten, welche durch Pfeile am rechten und linken Rande des Übergangsschemas dargestellt werden. Nur wenn $k' - k'' = 0$ ist, muß der Ersatzstrahler verschwindende zirkulare Amplitude $c = 0$ haben, so daß dann das a-Glied allein maßgebend ist und eine Umkehrung der Abhängigkeit von Θ eintritt. Ist dazu noch $m' = 0 = m''$, d. h. $\Theta = 90^0$, so wird $\bar{z} = 0$, wodurch die obige Zusatzregel C' ihre Begründung findet. Diese Folgerung aus dem Korrespondenzprinzip bestätigt sich nun sehr gut, wie man durch Vergleich mit den bei Sommerfeld, 2. Aufl., reproduzierten Figuren der verschiedenen Zeemantypen sieht.

Zusammenfassung. Die Quantentheorie des normalen Zeemaneffekts (Sommerfeld, Debye) verlangt eine Reihe bestimmter Richtungen der Atomachsen gegen die magnetische Feldrichtung (Quantelung des äquatorialen Impulses). Da nun bei den Einfachlinien die äquatorialen Impulse mit den magnetischen Energien durch einen einzigen konstanten Faktor zusammenhängen, entstehen bei allen erlaubten Impulsquantensprüngen stets wieder die gleichen Energiesprünge (normales Triplett). Bei den Dublett- und Triplettlinien hat dagegen jener Proportionalitätsfaktor bei den verschiedenen Termen verschiedene Einzelwerte. Die erlaubten Impulsquantensprünge führen daher zu einer Reihe verschiedener Energiesprünge, die in den anomalen Zeemanbildern nebeneinander daliegend zur Beobachtung gelangen. Jede beobachtete π- und σ-Komponente wird einem bestimmten Übergange der azimutalen Quantenzahl n, der „inneren“ Quantenzahl k und ihrer äquatorialen Komponente m zugeordnet. Ferner werden einige Voraussagen über die bisher nicht beobachteten Zeemantypen der Bergmannserie und Starks „diffuser Hauptserie“ gemacht. Das Problem des anomalen Zeemaneffekts ist dadurch auf die Frage nach der Herkunft dieses variablen Faktors zurückgeführt, den man formal als anomalen ε/μ-Wert auffassen kann.

Frankfurt a. M., Institut für theoretische Physik.