

*Ueber die Strahlung des schwarzen Körpers für
lange Wellen;*

von O. Lummer und E. Pringsheim.¹⁾

(Vorgetragen in der Sitzung vom 2. Februar 1900.)

(Vgl. Nr. 3, S. 37.)

Schon in unserer ersten Arbeit²⁾ über die Verteilung der Energie im Spectrum des schwarzen Körpers haben wir systematische Abweichungen zwischen der Beobachtung und der WIEN-PLANCK'schen Spectralgleichung

$$(1) \quad E = C \lambda^{-5} e^{-\frac{c}{\lambda T}}$$

gefunden. Während folgende auf die Lage λ_m und Höhe E_m des Energiemaximums bezüglichen Gesetze

$$(2) \quad \lambda_m T = A = \text{const.},$$

$$(3) \quad E_m T^{-5} = B = \text{const.}$$

innerhalb des Temperaturintervalls von 700° abs. bis 1650° abs. sich vollkommen bestätigten, wich die Form der Energiecurve von der durch Gleichung (1) verlangten merklich ab. Dass diese Abweichungen systematischer Natur sind, zeigten wir durch Betrachtung der isochromatischen Curven:

$$(4) \quad \log E = \gamma_1 - \gamma_2 \cdot \frac{1}{T}.$$

Die aus diesen „Geraden“ mit Hülfe der Gleichungen

$$\log C = \gamma_1 + 5 \log \lambda,$$

$$(5) \quad c = \gamma_2 \frac{\lambda}{\log e}$$

berechneten Wertepaare C und c , welche nach Gleichung (1) Constante sein müssen; zeigten einen deutlichen Gang,

1) Der Inhalt dieser Arbeit ist im Wesentlichen in der Sitzung vom 18. September 1900 der Abteilung für Physik der Naturforscherversammlung in Aachen mitgeteilt worden.

2) O. LUMMER u. E. PRINGSHEIM, Verhandl. d. Deutsch. Phys. Ges. 1. Nr. 1. p. 23—41. 1899.

wie aus der folgenden, unserer ersten Arbeit entnommenen Tab. I hervorgeht.

Tabelle I.

λ	1,21	1,96	2,20	3,63	4,96 μ
c	13510	13810	14240	14800	16510
$C \cdot 10^{-11}$	1067	1219	1449	1771	2261

Um über die Bedeutung des Wanderns der Grössen C und c Aufschluss zu erhalten, wurden die Messungen unter günstigeren Versuchsbedingungen wiederholt und vor allem die störenden Absorptionen des Wasserdampfes und der Kohlensäure in der Luft nahe eliminirt. Ausserdem wurden Controlbeobachtungen mit einem zweiten, ausserordentlich reinen Flussspatprisma angestellt und verschiedenartig construirte schwarze Körper zur Beobachtung herangezogen.

Die Resultate dieser Versuche, welche wir in einer zweiten Publikation¹⁾ mitgeteilt haben, standen in vollkommener Uebereinstimmung mit denen der ersten Versuchsreihe. Der Wert von c stieg systematisch mit wachsender Wellenlänge bis zu 18500 bei $\lambda = 8,3 \mu$.

Dieses Wachsen von c mit der Wellenlänge ist im Einklang mit dem Resultate von BECKMANN²⁾, welcher für die

1) O. LUMMER u. E. PRINGSHEIM, Verhandl. d. Deutsch. Phys. Ges. 1. p. 215—235. 1899.

2) H. BECKMANN, Inaug.-Diss. Tübingen 1898; vgl. auch H. RUBENS, Wied. Ann. 69. p. 576—588. 1899.

H. RUBENS zeigt, dass die von BECKMANN benutzten Reststrahlen des Flussspates nicht, wie BECKMANN angenommen hatte, der Wellenlänge $24,4 \mu$ entsprechen, sondern aus zwei getrennten Maximis bestehen (von 24μ bez. 32μ). Die auf dieser Grundlage neu bearbeiteten Resultate der BECKMANN'schen Versuche glaubt H. RUBENS in folgender Weise zusammenfassen zu können:

1. Das WIEN'sche Gesetz, bez. die hieraus abgeleitete isochromatische Curve ist zur Darstellung der gewonnenen Beobachtungsergebnisse vollkommen geeignet.

2. Die Constante c des WIEN'schen Gesetzes muss, wenn den Beobachtungen genügt werden soll, gleich 24250 gesetzt werden, im Gegensatz zu den Resultaten der Untersuchungen des Hrn. PASCHEN, sowie der Herren LUMMER und PRINGSHEIM, welche, allerdings für erheblich kürzere Wellen, die Constante $c = 14400$ ergeben.

Im Widerspruch hiermit fügt H. RUBENS in einer Anmerkung zwar hinzu, dass sich in unserer Arbeit „bereits eine Vermehrung der Grösse c

Wellenlänge von $24,4\mu$ die isochromatische Curve des schwarzen Körpers beobachtete und hieraus für c den Wert 24000 fand.

Im Gegensatz zu unseren Resultaten stehen die von F. PASCHEN¹⁾, H. WANNER²⁾ und PASCHEN-WANNER.³⁾ Ihre Versuche zwischen 1μ und 9μ bestätigen die WIEN-PLANCK'sche Spectralgleichung mit überraschender Genauigkeit und zwar für niedere wie für hohe Temperaturen.

Die verschiedenen Beobachter stimmen also darin überein, dass sie die Gleichungen (2) und (3) von der „schwarzen Strahlung“⁴⁾ erfüllt finden; sie stehen im Widerspruch zu einander in Bezug auf die Gültigkeit der WIEN-PLANCK'schen Spectralgleichung (1).

Die Gesetze (2) und (3) sind durch die Arbeiten von L. BOLTZMANN⁵⁾, W. WIEN⁶⁾ und M. THIESEN⁷⁾ als theoretisch wohlbegründet anzusehen.

Sehr viel unsicherer ist die theoretische Grundlage der Spectralgleichung (1).

W. WIEN⁸⁾ hat versucht, sie auf dem von W. MICHELSON⁹⁾

mit wachsender Wellenlänge zeigt“; gleichwohl möchten wir ausdrücklich darauf hinweisen, dass der BECKMANN'sche Wert von c nicht nur nicht im Widerspruch mit unseren Versuchen selbst in Bezug auf die kürzesten beobachteten Wellen steht, vielmehr erst durch das von uns gefundene systematische Anwachsen von c mit der Wellenlänge in seiner Bedeutung erkannt worden ist.

1) F. PASCHEN, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin I. Hälfte. p. 405—420. 1899 und II. Hälfte. p. 959—976. 1899.

2) H. WANNER, Ann. d. Phys. 2. p. 141—157. 1900. In dieser Arbeit wird aus photometrischen Versuchen geschlossen, „dass das WIEN'sche Gesetz im sichtbaren Gebiete bis 4000° gültig“ sei!

3) F. PASCHEN u. H. WANNER, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin I. Hälfte. p. 5—11. 1899.

4) So wollen wir mit M. THIESEN (Verhandl. d. Deutsch. Physikal. Gesellsch. 2. p. 37. 1900) die Strahlung eines schwarzen Körpers bezeichnen.

5) L. BOLTZMANN, Wied. Ann. 22. p. 31 und p. 291—294. 1884.

6) W. WIEN, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin I. Hälfte. p. 55—62. 1893; Wied. Ann. 52. p. 132—165. 1894.

7) M. THIESEN, Verhandl. d. Deutsch. Physik. Gesellsch. 2. p. 67. 1900.

8) W. WIEN, Wied. Ann. 58. p. 662—669. 1896.

9) W. MICHELSON, Journ. Soc. Phys. chim. russe 19. p. 79. 1887; Journ. de Phys. (2. ser.) 3. p. 467—479. 1887; Phil. Mag. (5) 25. p. 425. 1888.

eingeschlagenen Wege mit Hilfe des MAXWELL'schen Verteilungsgesetzes abzuleiten. Dieser Herleitung ist durch wohlbegründete Einwände¹⁾ der theoretische Boden vollständig entzogen worden.

Neuerdings ist die WIEN'sche Gleichung durch M. PLANCK²⁾ auf elektromagnetischer Grundlage abgeleitet worden. PLANCK glaubt diese Gleichung als eine notwendige Folge des Principes der Entropievermehrung erwiesen zu haben und spricht es aus „dass die Grenzen ihrer Gültigkeit, falls solche überhaupt existiren, mit denen des zweiten Hauptsatzes der Wärmetheorie zusammenfallen“.³⁾

Der Beweis, auf welchen PLANCK diesen Ausspruch gründete, war nicht lückenlos. Es fehlte nach unserer Meinung⁴⁾ der Nachweis, dass wirklich jede von der WIEN'schen Formel (1) abweichende, brauchbare⁵⁾ Spectralgleichung zu einem Ausdruck der Entropie führt, der dem Entropiegesetz widerspricht. Später hat PLANCK selbst zeigen können, dass es in der That unendlich viele brauchbare Spectralgleichungen giebt, welche den bekannten Strahlungsgesetzen und gleichzeitig auch dem Entropiesatze genügen. Daher hat PLANCK den ersten Beweis durch einen neuen ersetzt.⁶⁾

Auch gegen diesen sind Einwände erhoben worden.⁷⁾ Ohne hierauf näher einzugehen, müssen wir anerkennen, dass durch die PLANCK'schen Arbeiten die von uns gefundenen systematischen Abweichungen vom WIEN'schen Gesetze immerhin an theoretischem Interesse gewonnen haben.

Da diese Abweichungen mit steigender Wellenlänge zunehmen, haben wir versucht durch Messungen der schwarzen

1) O. LUMMER u. E. PRINGSHEIM, l. c. p. 30—31; O. LUMMER u. E. JAHNKE, Ann. d. Phys. 3. p. 283—297. 1900. Ferner vgl. O. LUMMER: „Sur le rayonnement des corps noirs“, Intern. Congress zu Paris 1900.

2) M. PLANCK, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin 4. Februar, 8. Juli und 16. December 1897; 7. Juli 1898; 18. Mai 1899; Ann. d. Phys. 1. p. 69—122. 1900.

3) M. PLANCK, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin I. Hälfte. p. 477. 1899.

4) O. LUMMER u. E. PRINGSHEIM, l. c., p. 225.

5) Vgl. O. LUMMER u. E. JAHNKE, Ann. d. Phys. 3. p. 287. 1900.

6) M. PLANCK, Ann. d. Phys. 1. p. 719—737. 1900.

7) Vgl. W. WIEN, „Les lois théoriques du rayonnement“, Intern. Congress zu Paris 1900.

Strahlung für das Wellenlängengebiet zwischen 12μ und 18μ eine Entscheidung herbeizuführen.

Versuchsordnung.

Die Versuche wurden mit demselben Spiegelspectrometer ausgeführt, welches zu unseren früheren Messungen gedient hatte. Das benutzte Bolometer hatte eine Breite von $19'$ und einen Widerstand von etwa 20 Ohm. Zur Erzeugung des Spectrums diente ein vorzügliches, Hrn. Prof. RUBENS gehöriges Sylvinprisma, dessen nutzbare Fläche etwa 22 cm^2 beträgt. Auf die Ablendung falscher Strahlung wurde besonderer Wert gelegt. Auch hier war das Spectrobolometer in einem Kasten eingebaut, dessen Luft möglichst von Kohlensäure und Wasserdampf befreit war. Vor dem Spalt befand sich die Oeffnung des schwarzen Körpers, und zwar so nahe, als es die Klappvorrichtung erlaubte.

Um die schwarze Strahlung zu verwirklichen, dienten für niedere Temperaturen, nach dem Vorgange von LUMMER-WIEN¹⁾, innen mit Russ, Platinchlorid bez. Eisenoxyd geschwärzte Hohlräume, die durch Bäder von flüssiger Luft, siedendem Wasser und geschmolzenem Salpeter auf constanter Temperatur gehalten wurden. Für höhere Temperaturen wurde der „elektrisch geglühte schwarze Körper“²⁾ in verschiedenen Formen verwandt.

Die Justirung war mit Hilfe der an einer Prismenfläche nach aussen reflectirten sichtbaren Strahlung sehr exact auszuführen. Diejenigen schwarzen Körper, welche nicht auf Glühtemperatur gebracht werden konnten, justirte man mit Hilfe eines elektrisch geglühten, die Strahlungsöffnung markirenden Platindrahtes.

Die zwischen dem Spalt und der strahlenden Oeffnung befindliche Klappe bestand aus zwei Teilen, einer wassergespülten Metallklappe und einer Flussspatplatte von ca. 4 mm Dicke, welche abwechselnd benutzt werden konnten. Die wassergespülte Klappe hat den Vorteil, dass ihre Temperatur durch ein vom Kühlwasser umspültes Thermometer genau zu

1) W. WIEN u. O. LUMMER, Wied. Ann. 56. p. 451—456. 1895.

2) O. LUMMER u. F. KURLBAUM, Verhandl. d. Physikal. Gesellsch. zu Berlin 17. p. 106—111. 1898.

messen ist. Die Flusspatplatte dient nach einer von RUBENS benutzten Methode¹⁾ als Controle dafür, dass die gemessene Strahlung frei von falscher, diffuser Strahlung ist. Flusspat lässt nämlich alle Wellen unter 7μ vollständig hindurch, während es diejenigen über 12μ vollkommen absorbiert. Daher geht der Hauptanteil der Strahlung dauernd durch den Flusspatschirm hindurch, die von uns gemessenen Energien im Gebiet von 12μ aufwärts werden hingegen vollkommen absorbiert; für sie wirkt der Flusspatschirm wie eine Metallklappe.

Die Versuche erstreckten sich über das Temperaturintervall von etwa 85° abs. (flüssige Luft) bis nahe 1800° abs. Dabei beobachteten wir die Energien für jede Temperatur an genau denselben Stellen des Spectrums. Die mit verschieden starkem Bolometerstrom beobachteten Ausschläge wurden auf gleiches Maass reducirt.

Die Spaltbreite war bei allen Beobachtungen nahe dieselbe und zwar gleich der des Bolometers. Wie besondere Versuche lehrten, waren die Ausschläge innerhalb weiter Grenzen der Spaltbreite proportional, woraus hervorgeht, dass durch die Breite des benutzten Spaltes und Bolometers kein erheblicher Fehler in der Messung hervorgebracht wird. Hiermit steht in Uebereinstimmung, dass die aus den beobachteten prismatischen Curven nach der RUNGE'schen Formel²⁾ berechnete Spaltcorrection nirgends mehr als 5 Proc. beträgt.

Aus der beobachteten Energiedifferenz der Strahlung zwischen dem schwarzen Körper und der Klappe bei Zimmertemperatur sollte diejenige Energie berechnet werden, welche man bei der absoluten Temperatur Null der Klappe beobachtet hätte. Zu diesem Zwecke fügten wir allen beobachteten Ausschlägen diejenigen Beträge hinzu, welche wir bei der betreffenden Wellenlänge für den schwarzen Körper von der Temperatur der flüssigen Luft (-188° C.) erhielten. Diese „Klappencorrection“ ist wenigstens für die hier in Betracht kommenden Wellenlängen praktisch identisch mit derjenigen, welche ein schwarzer Körper von der absoluten Temperatur Null (-273° C.) liefern würde.

1) H. RUBENS, Verhandl. d. Phys.-Gesellsch. zu Berlin, 6. Nov. 1896.

2) C. RUNGE, Zeitschr. f. Math. u. Phys. 42, p. 205—213. 1897.

Die auf gleiches Maass reducirten und mit der Klappen-correctio n versehenen Ausschläge wurden sodann auf das Normalspectrum umgerechnet auf Grund der von RUBENS und TROWBRIDGE¹⁾ für Sylvin gegebenen Dispersionscurve. Die Dispersion des benutzten Sylvinprismas beträgt zwischen 12 μ und 18 μ nahe 2°, während sie nach den kleineren Wellen zu rasch abnimmt und z. B. zwischen 2 μ und 8 μ nur noch 35' beträgt. Von 18 μ aufwärts ist Sylvin wegen der schnell zunehmenden Absorption unbrauchbar. Diese Eigenschaften des Sylvins in Verbindung mit den erwähnten Absorptionseigenschaften der Flusspatklappe lassen daher das gewählte Gebiet von 12 μ bis 18 μ als besonders geeignet zur Entscheidung der gestellten Frage erscheinen.

Resultate.

Invalidity

A. Ungültigkeit der WIEN-PLANCK'schen Spectralgleichung.

Das Beobachtungsmaterial wurde zunächst in Form von Isochromaten verwertet, welche für eine Wellenlänge die Abhängigkeit der Energie von der Temperatur darstellen und bei denen bekanntlich die Absorption, die selective Reflexion etc. keine Rolle spielt. In der Fig. 1 sind die Beobachtungen in der Form:

$$(6) \quad \log E = f\left(\frac{1}{T}\right)$$

wiedergegeben. Die ausgezogenen Curven sind durch die mit Kreuzen (\times) bezeichneten Beobachtungspunkte möglichst glatt hindurch gelegt.

Ausserdem sind als gestrichelte Linien in Fig. 1 die Isochromaten eingetragen, welche sich aus der WIEN-PLANCK'schen Gleichung (1) berechnen, wenn man für die Constante c den aus unseren Flusspatversuchen folgenden Wert

$$c = 5 \lambda_m T = 14700$$

zu Grunde legt. Wie schon erwähnt, sind diese theoretischen Isochromaten der Gleichung (1) gerade Linien.

Da die aus Fig. 1 ersichtlichen Abweichungen der Beobachtung von der WIEN'schen Spectralgleichung hauptsächlich bei den höheren Temperaturen auftreten, für welche der elektrisch geglühte Körper die schwarze Strahlung liefert, so haben

1) H. RUBENS u. A. TROWBRIDGE, Wied. Ann. 60. p. 724—739. 1897.

wir versucht, ein sicheres Urteil über seine Schwärze für die untersuchten langen Wellen zu gewinnen.

Zu diesem Zwecke haben wir die Strahlung des elektrisch geglühten Körpers bei etwa 650° abs. mit der einer innen geschwärzten und im Salpeterbad erhitzten Hohlkugel verglichen. Beide Strahlungen stimmten für alle Wellen innerhalb weniger Procente überein. Ebenso konnte kein Unterschied in der Strahlung nachgewiesen werden, sei es, dass die innere Oberfläche des strahlenden Hohlraumes des elektrisch

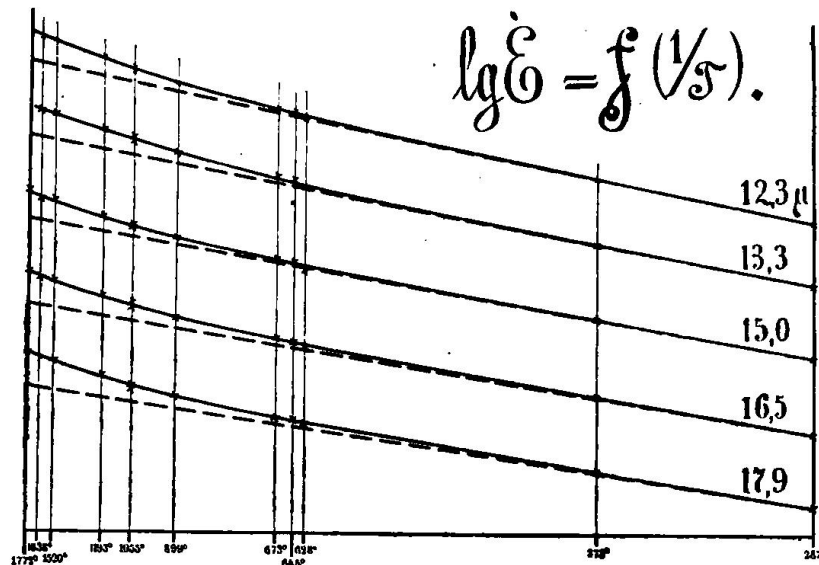


Fig. 1.

geglühten Körpers blank oder mittels Russ geschwärzt war. Es ist dies erklärlich, da schon eine freistrahrende Russfläche bei der Temperatur 650° abs. etwa 92 Proc. und die freistrahrende Fläche der gleichen Porzellanmasse, aus welcher der elektrisch geglühte Körper bestand, bei 373° abs. ebenfalls schon 90 Proc. der schwarzen Strahlung lieferte.

Dass der von uns bei hohen Temperaturen benutzte elektrisch geglühte schwarze Körper einen gleichmässig temperirten Hohlraum, also gemäss der KIRCHHOFF'schen Definition die schwarze Strahlung darstellt, dafür bietet die Helligkeitsgleichheit im strahlenden Hohlraum Gewähr, welche bei allen Temperaturen eine vollkommene war. Ein wie vorzügliches Kriterium die Photometrie aber ist, geht daraus hervor, dass die Helligkeitsdifferenz bei 900° abs. etwa 30 mal, bei 1900° abs. immer

noch 14 mal so gross als die Temperaturdifferenz ist.¹⁾ Entgegen der WANNEE'schen Behauptung²⁾ müssen wir den „elektrisch geglühten schwarzen Körper“ nach LUMMER-KURLBAUM als „schwarzen“ anerkennen.

Uebrigens ergaben auch Controlversuche, bei denen wir absichtlich merkliche Helligkeitsdifferenzen herstellten, für das beobachtete Wellenlängengebiet keine abweichenden Resultate.

Ausserdem erfüllten die von uns benutzten schwarzen Körper die drei Hauptstrahlungsgesetze, das STEFAN'sche und die Gesetze (2) und (3). Die Erfüllung dieser drei Gesetze ist die *conditio sine qua non*, wenn man aus Strahlungsmessungen irgendwelche Schlüsse auf die Form der Spectralgleichung (Energiecurve) ziehen will.

Die aus Fig. 1 ersichtlichen Abweichungen zwischen der Beobachtung und der WIEN-PLANCK'schen Formel sind zumal bei den höheren Temperaturen so gross, dass sie durch Beobachtungsfehler schlechterdings nicht erklärt werden können. Ihr ungefährer Betrag bei der höchsten Temperatur ist, in Procenten der beobachteten Werte ausgedrückt, in folgender Tabelle angegeben.

Tabelle II.

Wellenlänge	12,3 μ	13,3 μ	15 μ	16,5 μ	17,9 μ
$E_{\text{beob.}} - E_{\text{ber.}}$	40 %	42 %	44 %	46 %	50 %
c	24800	25300	28600	30400	31700

Es ist somit erwiesen, dass die WIEN-PLANCK'sche Spectralgleichung die von uns gemessene schwarze Strahlung für das Gebiet von 12 μ bis 18 μ nicht darstellt.

Aus den in der Tabelle angeführten Werten der „Constanten“ c ist ersichtlich, dass unser Resultat in vollkommener Uebereinstimmung mit unseren Flusspatversuchen von 0,5 μ bis 8,3 μ steht. Die Werte von c sind dadurch gefunden, dass wir durch die beobachteten Curvenpunkte jeder Wellenlänge bei 1638° und 1193° abs. eine Gerade gelegt und den jeder Geraden nach Gleichung (5) zukommenden Wert von c be-

1) O. LUMMER u. F. KURLBAUM, Verhandl. d. Deutsch. Physikal. Gesellsch. 2. Nr. 8. p. 89—92. 1900.

2) H. Wanner, Ann. d. Phys. 2. p. 149. 1900.

rechnet haben. Aus diesen Werten geht noch deutlicher wie aus denen unserer Flusspatbeobachtungen hervor, dass die mit der Wellenlänge und der Temperatur schnell ansteigende Grösse c der WIEN-PLANCK'schen Gleichung nicht als eine „Naturconstante“ betrachtet werden darf.

Das Bestreben der Herren PASCHEN und WANNER, den Wert von c so genau als nur irgend möglich zu bestimmen, war daher verfrüht und die von ihnen angegebene Genauigkeit ist illusorisch.

Ebenso ist damit allen denjenigen weitgehenden Folgerungen der Boden entzogen, welche man aus der WIEN-PLANCK'schen Gleichung hergeleitet hat.

B. Aufsuchung der Spectralgleichung.

Nachdem die Ungültigkeit der WIEN-PLANCK'schen Gleichung erwiesen ist, hat die Darstellung der Isochromaten in

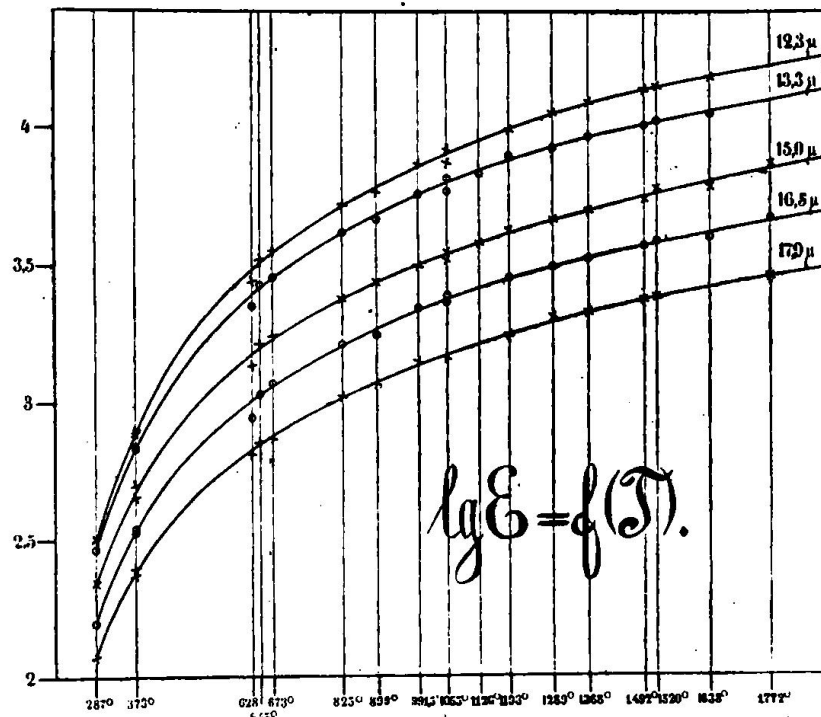


Fig. 2.

der Form $\log E = f(1/T)$ keinen Vorteil mehr. Der besseren Uebersichtlichkeit wegen geben wir in Fig. 2 unser gesamtes Beobachtungsmaterial in der Form:

$$(7) \quad \log E = f(T).$$

Die eingezeichneten Punkte (zur besseren Unterscheidung abwechselnd mit Kreuzen \times und Kreisen \odot bezeichnet) gehören vier verschiedenen Serien an, deren Anschluss aneinander wir dadurch bewerkstelligten, dass wir das „schwarze“ Siedegefäss als constante Strahlungsquelle benutzten, ganz wie wir es bei der Prüfung des STEFAN-BOLTZMANN'schen Strahlungsgesetzes¹⁾ gethan hatten.

Durch die beobachteten Punkte sind auch hier möglichst glatte Curven gezogen worden. Bei der Schwierigkeit dieser Messungen, zumal für die niederen Temperaturen, ist die Uebereinstimmung der verschiedenen Serien untereinander als eine sehr befriedigende zu betrachten. Eigentlich fällt nur die Beobachtung bei 628° abs. heraus.

Wir sehen daher die Curven der Fig. 2 als die zusammenfassende Darstellung unserer Sylvinbeobachtungen an.

Wir wenden uns jetzt zu der Frage, welche Spectralgleichung die Form der so gewonnenen Isochromaten am besten wiedergiebt. Unter einer „brauchbaren“ Spectralgleichung werde jetzt im engeren Sinne eine solche verstanden, welche nicht nur die drei Hauptstrahlungsgesetze erfüllt, sondern ausserdem unsere Flussspatversuche mit genügender Annäherung darstellt. Dabei gehen wir aus von der Gleichung:

$$(8) \quad \begin{cases} E = C T^{5-\mu} \lambda^{-\mu} e^{-\frac{c}{(\lambda T)^\nu}}, \\ C = E_m T^{-5} (\lambda_m T)^\mu e^{\frac{\mu}{\nu}}, \\ c = \frac{\mu}{\nu} (\lambda_m T)^\nu, \end{cases}$$

welche von LUMMER und JAHNKE²⁾ aufgestellt worden ist. Diese Gleichung geht über in diejenigen von:

$$\begin{array}{lll} \text{W. WIEN} & \text{für } \mu = 5 & \text{und } \nu = 1, \\ \text{THIESEN} & \text{„ } \mu = 4,5 & \text{„ } \nu = 1, \\ \text{RAYLEIGH} & \text{„ } \mu = 4 & \text{„ } \nu = 1. \end{array}$$

1) O. LUMMER u. E. PRINGSHEIM, Wied. Ann. 63. p. 395—410. 1897 und Ann. d. Phys. 3. p. 159—160. 1900.

2) O. LUMMER u. E. JAHNKE, Ann. d. Phys. 3. p. 283—297. 1900. Im Auszug wiedergegeben in LUMMER's Rapport: „Sur le rayonnement des corps noirs“, Intern. Congress zu Paris 1900 und dem wesentlichen Inhalt nach in der Sitzung vom 18. Sept. 1900 der Naturf.-Vers. zu Aachen mitgeteilt.

In der Arbeit von LUMMER und JAHNKE ist eine Methode angegeben, mit deren Hilfe man schon aus einer Energiecurve zusammengehörige Wertepaare von μ und ν finden kann. Ferner wird mitgeteilt und an der Hand von Rechnungen gezeigt, dass unsere Flussspatversuche genügend wiedergegeben werden durch die Wertepaare:

$$\mu = 5; \quad \nu = 0,9,$$

$$\mu = 4,5; \quad \nu = 1,0,$$

$$\mu = 4; \quad \nu = 1,2.$$

Dadurch wird ausser dem Wertepaar der WIEN-PLANCK'schen Gleichung ($\mu = 5; \nu = 1$) auch das der RAYLEIGH'schen Formel¹⁾ ($\mu = 4; \nu = 1$) von den „brauchbaren“ ausgeschlossen.

Mit obigen „brauchbaren“ Wertepaaren haben wir auch für die langen Wellen die Isochromaten $\log E = f(T)$ berechnet und bei 1000° abs. mit den beobachteten zur Coincidenz gebracht. Aus dieser Vergleichung geht hervor, dass von diesen Paaren das THIESEN'sche ($\mu = 4,5; \nu = 1$) der Form der Isochromaten am besten, wenn auch nicht vollkommen, folgt.

Weitere Rechnungen haben jedoch gezeigt, dass das dem LUMMER-JAHNKE'schen Wertepaare ($\mu = 4, \nu = 1,2$) verwandte Paar:

$$\mu = 4, \quad \nu = 1,3$$

die Form noch erheblich besser wiedergibt als das THIESEN'sche. Man kann die Isochromaten durch die beobachteten Punkte ohne Zwang so hindurchlegen, dass sie mit den Isochromaten für $\mu = 4$ und $\nu = 1,3$ auf der ganzen Länge coincidiren.

Wenn aber auch eine Gleichung die Form der Isochromaten richtig wiedergibt, so braucht sie, falls das beobachtete Wellenlängengebiet ein beschränktes ist, noch nicht die richtige Spectralgleichung zu sein. Denn aus der Form einer Isochromate lassen sich auf die Gültigkeit der Spectralgleichung nur negative, keine positiven Schlüsse ziehen. Alle

1) Lord RAYLEIGH, Phil. Mag. 49. p. 539—540. 1900.

Methoden, welche das Verhältnis der absoluten Energien für die verschiedenen Wellenlängen nicht zu bestimmen erlauben, so z. B. die photometrische Methode von PASCHEN-WANNER¹⁾, die von BECKMANN angewandte RUBENS-NICHOLS'sche Methode²⁾ der Reststrahlen, können für sich allein nicht zur Bestätigung bez. Aufstellung der Spectralgleichung dienen.

Um dieses Verhältnis bei den vorliegenden Versuchen zu finden, haben wir nur nötig, die Correctionen infolge der Absorptionen und der Breite des Spaltes bez. des Bolometers anzubringen. Da der Wasserdampf und die Kohlensäureabsorptionen als eliminirt gelten können, und die Unterschiede im Reflexionsvermögen der Silberspiegel für diese langen Wellen verschwinden, so bleibt nur die Absorption des Sylvinprismas übrig. Diese wurde aus den von RUBENS und TROWBRIDGE (l. c.) für das Absorptionsvermögen des Sylvins gegebenen Zahlen berechnet. Danach sind die beobachteten Energien zu multipliciren, bei

$$\lambda = 12,3 \mu \quad \text{mit} \quad 1,01,$$

$$\lambda = 13,3 \mu \quad \text{,,} \quad 1,02,$$

$$\lambda = 15,0 \mu \quad \text{,,} \quad 1,10,$$

$$\lambda = 16,5 \mu \quad \text{,,} \quad 1,16,$$

$$\lambda = 17,9 \mu \quad \text{,,} \quad 1,35.$$

Bei der Grösse dieser doch nur angenähert bestimmbarren Correctionen haben wir die Anbringung derjenigen infolge der Breite des Spaltes und des Bolometers vorläufig unterlassen, da ihre Differenzen für verschiedene Temperaturen und Wellenlängen einige Procente nicht überschreiten.

Endlich haben wir das mit dem Sylvinprisma gewonnene Beobachtungsmaterial für die langen Wellen mit demjenigen verglichen, welches wir früher für die kürzeren Wellen mittels des Flusspatprismas gefunden hatten.

Da das Gesetz der fünften Potenzen (Gleichung 3) erwiesen ist, so kann man mit Sicherheit die maximale Energie berechnen, welche wir früher bei den Flusspatversuchen für

1) F. PASCHEN u. H. WANNER, l. c.

2) H. RUBENS u. E. F. NICHOLS, Wied. Ann. 60. p. 418. 1897.

die absolute Temperatur 287° erhalten haben würden. Dieses Maximum liegt nach Gleichung:

$$\lambda_m T = 2940$$

bei der Wellenlänge $\lambda = 10,25 \mu$.

Es lässt sich aber nicht nur die maximale Energie, sondern es lassen sich auch die ihr benachbarten Ordinaten der Energiecurve bei 287° abs. genau berechnen. Die Form dieser Curve wird nämlich in der Nähe des Maximums gleichgütig von der WIEN'schen wie von der THIESEN'schen Gleichung etc. dargestellt.

Wir haben nun diese Energiecurve für 287° abs. (Strahlung der Klappe gegen flüssige Luft) mit dem Sylvinprisma beobachtet. Wegen der Eigenschaften des Sylvins ist das Maximum dieser Curve nicht so genau zu bestimmen, wie die Energie bei den längeren Wellen. Wir haben daher nicht das thatsächlich bei $10,3 \mu$ beobachtete Energiemaximum, sondern das Curvenstück zwischen 11μ und 13μ mit der berechneten Curve zur Deckung gebracht. Mit dem auf diese Weise erhaltenen Reductionsfactor wurden alle Energien der Sylvinserien multiplicirt und so auf den Maassstab der Flusspatbeobachtungen zurückgeführt.

Hierdurch waren wir in den Stand gesetzt, das Beobachtungsmaterial in Form von Energiecurven darzustellen, welche die Energieverteilung fast ununterbrochen von $0,5 \mu$ bis 18μ wiedergeben. Als Beispiel werde hier nur diejenige für die Temperatur 1650° abs. in Fig. 3 wiedergegeben. In ihr stellt die ausgezogene Curve bis 7μ die von uns beobachtete Isotherme dar; sie ist für 1650° abs. genau identisch mit der THIESEN'schen, welche bis 18μ eingezeichnet worden ist. Auf der Strecke von 12μ bis 18μ sind die beobachteten Punkte eingetragen und durch Kreise \odot markirt. Ausserdem ist die RAYLEIGH'sche Isotherme auf der ganzen Strecke, die WIEN'sche auf dem absteigenden Ast eingetragen. Der aufsteigende Ast der WIEN'schen fällt mit der beobachteten nahe zusammen. Das Gebiet der langen Wellen ist mit den gleichen Zeichen in 20facher Vergrößerung besonders wiedergegeben. Hier ist auch die Formel $\mu = 4$ und $\nu = 1,3$ zur Darstellung gelangt und mit einem Kreuz \times markirt.

Eine bessere Uebersicht gewinnt man aus dem tabellarisch zusammengestellten Beobachtungsmaterial. Wir begnügen uns hier mit der Wiedergabe der Resultate für einige

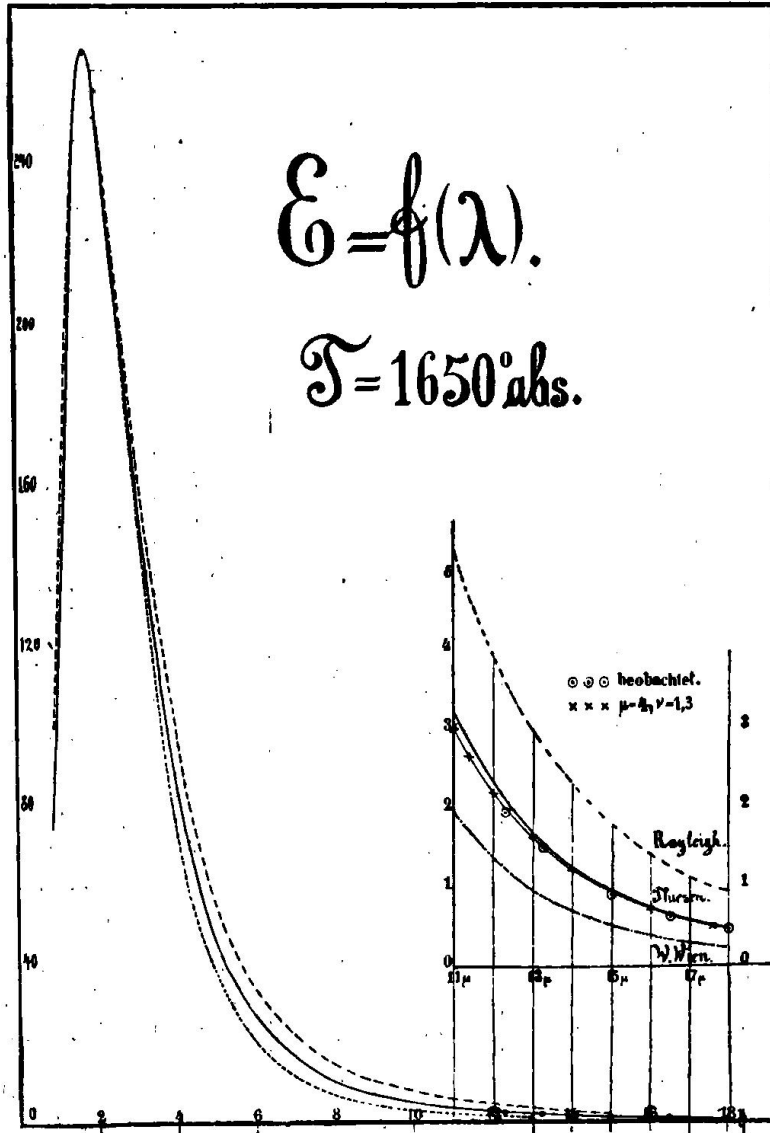


Fig. 3.

Temperaturen. In Tab. III sind die auf den Maassstab der Flusspatbeobachtungen reducirten Energien unter „beobachtet“ eingetragen und mit den Resultaten der LUMMER-JAHNKE'schen Spectralgleichung (8) für die Wertepaare $\mu = 5; \nu = 1$ (W. WIEN), $\mu = 4,5; \nu = 1$ (THIESEN) und $\mu = 4; \nu = 1,3$ zusammengestellt.

Tabelle III.

Abs. Temp.	12,3 μ	13,25 μ	15 μ	16,5	17,9 μ	Spectralgleichung
287°	0,040	0,038	0,030	0,023	0,020	beobachtet
	0,040	0,037	0,031	0,026	0,022	$\mu=4; \nu=1,3$
	0,040	0,037	0,032	0,028	0,024	THIESEN
	0,039	0,036	0,030	0,026	0,022	W. WIEN
373°	0,099	0,088	0,066	0,050	0,041	beobachtet
	0,104	0,090	0,070	0,055	0,045	$\mu=4; \nu=1,3$
	0,107	0,095	0,074	0,060	0,049	THIESEN
	0,107	0,094	0,074	0,060	0,049	W. WIEN
700°	0,49	0,40	0,26	0,18	0,14	beobachtet
	0,51	0,41	0,27	0,18	0,15	$\mu=4; \nu=1,3$
	0,57	0,45	0,31	0,22	0,17	THIESEN
	0,47	0,36	0,23	0,16	0,12	W. WIEN
1095°	1,11	0,87	0,52	0,37	0,27	beobachtet
	1,11	0,86	0,56	0,40	0,29	$\mu=4; \nu=1,3$
	1,24	0,95	0,60	0,42	0,30	THIESEN
	0,85	0,63	0,38	0,26	0,18	W. WIEN
1200°	1,29	1,00	0,59	0,42	0,31	beobachtet
	1,28	0,99	0,63	0,45	0,33	$\mu=4; \nu=1,3$
	1,41	1,08	0,68	0,47	0,34	THIESEN
	0,93	0,69	0,42	0,28	0,19	W. WIEN
1492°	1,78	1,35	0,80	0,56	0,41	beobachtet
	1,75	1,34	0,85	0,60	0,43	$\mu=4; \nu=1,3$
	1,87	1,41	0,87	0,60	0,43	THIESEN
	1,11	0,81	0,48	0,31	0,22	W. WIEN
1650°	1,96	1,52	0,92	0,63	0,46	beobachtet
	2,01	1,53	0,96	0,67	0,48	$\mu=4; \nu=1,3$
	2,11	1,58	0,97	0,66	0,48	THIESEN
	1,23	0,89	0,52	0,34	0,23	W. WIEN

Aus der Tabelle ersieht man, dass für das beobachtete Gebiet der langen Wellen die LUMMER-JAHNKE'sche Gleichung mit $\mu=4$ und $\nu=1,3$, welche die Form der Isochromaten am besten wiedergibt, auch die Energien dem absoluten Betrage nach vorzüglich darstellt. Die Differenzen zwischen ihr und der Beobachtung bei den Wellen 15 μ , 16,5 μ und 17,9 μ deuten darauf hin, dass ausser der Sylvinsabsorption auch noch die Luftabsorption mitwirkt.

Wenn auch die THIESEN'sche Gleichung ($\mu = 4,5$; $\nu = 1$) wenigstens für alle praktischen Zwecke innerhalb des grössten Teiles des beobachteten Wellenlängengebietes noch als eine brauchbare Darstellung zu betrachten ist, so ist sie doch der LUMMER-JAHNKE'schen Spectralgleichung mit $\mu = 4$ und $\nu = 1,3$ in Bezug auf die langen Wellen unterlegen.

Die aus der WIEN-PLANCK'schen Formel berechneten Werte sind in die Tab. III nur aufgenommen um zu zeigen, dass diese Gleichung auch bei den langen Wellen die schwarze Strahlung für niedere Temperaturen darstellt, während sie, wie schon erwähnt, bei den hohen Temperaturen vollständig versagt. Auch unsere Flussspatversuche liessen deutlich erkennen, „dass die Abweichung zwischen Theorie und Beobachtung um so kleiner wird, je tiefer die Temperatur des strahlenden Körpers ist“. ¹⁾

Die RAYLEIGH'sche Gleichung fällt aus der Betrachtung für die langen Wellen schon deshalb heraus, weil sie die beobachteten Energiecurven im Gebiet der kürzeren Wellen schlechter darstellt als die WIEN'sche. Selbst wenn eine Formel das Gebiet der langen Wellen noch so gut darstellte, so wäre sie als Spectralgleichung unbrauchbar, falls sie das praktisch viel wichtigere, weil an Strahlungsenergie so bedeutend überlegene, Gebiet der kleineren Wellen nicht wiedergibt.

Dass die THIESEN'sche Formel, welche wenigstens angenähert die langen Wellen darstellt, auch für unsere Flussspatversuche gilt, bedarf unsererseits keines Beweises, da sie ja diesem Umstande ihre Entstehung verdankt. ²⁾

Wie verhält es sich nun in dieser Beziehung mit dem Wertepaare $\mu = 4$ und $\nu = 1,3$?

Wie wir wissen, stellt ja doch nach LUMMER und JAHNKE die Formel mit $\mu = 4$ und $\nu = 1,2$ unsere Flussspatversuche dar, und zwar giebt sie die Energien bei den höheren Temperaturen bis 10μ , bei den niederen bis 18μ ebensogut wie die THIESEN'sche wieder.

Aber auch die Formel mit $\mu = 4$ und $\nu = 1,3$ kann als Ausdruck unserer Flussspatversuche gelten. Ausführliche Rech-

1) O. LUMMER u. E. PRINGSHEIM, l. c. p. 226.

2) M. THIESEN, l. c.

nungen haben gezeigt, dass sie sogar für alle Temperaturen bis ca. 1000° abs. das beobachtete Gebiet der kürzeren Wellen besser wiedergibt, als die mit ihr concurrirenden Wertepaare ($\mu = 4,5$; $\nu = 1$ und $\mu = 4$; $\nu = 1,2$). Für die niederen Temperaturen, für welche die WIEN'sche Formel noch als Ausdruck unserer Beobachtungen gelten kann, zeigt nämlich die THIESEN'sche merkliche Abweichungen, während sie bei den höheren Temperaturen unsere Versuche thatsächlich vollkommen darstellt.

In Uebereinstimmung hiermit zeigt die Durchrechnung, dass von 1200° abs. aufwärts die Formel mit $\mu = 4$ und $\nu = 1,3$ unsere Flussspatbeobachtungen nicht exact wiedergibt. Dabei sind jedoch die geringen Abweichungen in Bezug auf Grösse und Richtung derart, dass sie nach Anbringung der früher vernachlässigten Correctionen infolge selectiver Reflexion an den Spiegeln etc. möglicherweise ganz verschwinden.

Wir glauben daher als das Resultat aller unserer Strahlungsversuche aussprechen zu dürfen, dass die schwarze Strahlung innerhalb 1μ bis 18μ durch die LUMMER-JAHNKE'sche Spectralgleichung:

$$E = C T^{5-\mu} \lambda^{-\mu} e^{-\frac{c}{(\lambda T)^\nu}},$$

mit dem Wertepaare $\mu = 4$ und $\nu = 1,3$ am besten dargestellt wird.

Vielleicht ist der wahre Wert von ν nicht genau 1,3, sondern etwas kleiner. Jedenfalls liegt er näher bei 1,3 als bei 1,2. Ueber die genaue Grösse von ν sollen spectrobolometrische Versuche im sichtbaren Gebiete des Spectrums eine Entscheidung treffen.