

**9. Die anormalen  
Zeemaneffekte der Spektrallinien vom *D*-Typus;  
von W. Voigt.**

---

1. Die nachstehenden Entwicklungen sind der Fortführung meiner Untersuchungen über die Koppelungstheorie der Zeemaneffekte an Liniensystemen vom *D*-Typ gewidmet. Seit meiner ersten hierauf bezüglichen Mitteilung<sup>1)</sup> sind neue Beobachtungsergebnisse erzielt worden, die eine weitergehende Vergleichung der Theorie mit der Erfahrung gestatten und hierzu eine weitere Entwicklung der Grundformeln verlangen. In der ersten Mitteilung beschränkte ich mich fast ganz auf die Untersuchung unendlich schwacher und unendlich starker Magnetfelder; im letzteren Falle war das Hauptziel die Konstatierung des Ergebnisses, daß die Theorie hier zu *einem Triplet von normaler Aufspaltung* führt. Es sind dabei konsequent endliche Größen neben unendlichen vernachlässigt worden. Jetzt wird es sich nötig erweisen, in den beiden Fällen starker und schwacher Felder die Annäherung weiter zu treiben; diese Fortführung ergibt dann ohne neue Annahmen die Erklärung einer beträchtlichen Anzahl neuer Beobachtungen.

Allerdings muß ich mich zunächst auf eine mehr *qualitative* Vergleichung der Theorie mit der Beobachtung beschränken. Zu einer *quantitativen* Vergleichung fehlt zunächst die nötige Kenntnis der *Halbwertsbreiten* für die Konstituenten der experimentell untersuchten *D*-Duplets. Diese Größen spielen zwar bei unendlich schwachen und bei unendlich starken Feldern keine wesentliche Rolle, wohl aber in *mittleren* Feldern, auf die sich ja im Grunde die Beobachtungen einzig beziehen. Die Wirkung der Koppelung ist an den Duplets und Triplets,

---

1) W. Voigt, *Ann. d. Phys.* **41.** p. 403. 1913.

welche das Verhalten *der einzelnen Linien* zu verfolgen gestatten, bei allen zugänglichen Feldstärken äußerst gering, und deshalb gewinnen hier die Halbwertsbreiten in den Formeln bereits merklichen Einfluß. Da nun über diese Größen nichts bekannt ist, so bleibt nichts übrig, als sie für die Anwendung der Theorie bei den beiden Konstituenten der *D*-Duplets *einander gleich* zu setzen. Dies bedingt eine erste Unsicherheit.

Sodann ist mir nach gemachten Wahrnehmungen wahrscheinlich, daß bei den in Frage kommenden Beobachtungen der Herren Paschen und Back sich über den theoretischen Effekt noch ein fremder, vermutlich Temperatur-Effekt lagert. Verschiebungen von Linien bei Änderung der Konstitution der Lichtquellen sind vielfach beobachtet worden; es ist sehr wahrscheinlich, daß unter den Umständen, die bei den genannten Beobachtungen herrschten, dergleichen ebenfalls in merklicher Weise stattgefunden haben.

Zur Begründung dieser Vermutung weise ich auf die Beobachtungen der Herren Brotherus<sup>1)</sup> und Iwanow<sup>2)</sup> hin, nach denen die *D*-Linien (im engsten Sinne) der Na-Flamme *unsymmetrische Umkehrung* zeigen, derart, daß die dunklen Streifen in den beiden Linien sich gegenseitig abzustoßen scheinen. Diese Erscheinung läßt sich meines Erachtens kaum anders deuten, als daß die bezüglichen Linien in dem äußeren (absorbierenden) Teil der Flamme einen ein wenig größeren Abstand besitzen, als in dem inneren (emittierenden). Ob dabei die verschiedenen Temperaturen oder die verschiedenen Dampfdichten die Hauptrolle spielen, ist nicht zu entscheiden. Derartige Wirkungen können bei den Beobachtungen der Herren Paschen und Back<sup>3)</sup>, welche große Energien benutzten, sehr wohl stattgefunden haben. Zu ihnen kommen vielleicht auch jene *quadratischen* magnetischen Effekte, die bei den verwandten starken Feldern merklich werden können, und auf die ich an verschiedenen Stellen hingewiesen habe (Ann. d. Phys.

---

1) Hj. Brotherus, Phys. Zeitschr. 12. p. 193. 1911; Ann. d. Phys. 38. p. 397. 1912.

2) K. Iwanow, Phys. Zeitschr. 13. p. 1112. 1912.

3) F. Paschen u. E. Back, Ann. d. Phys. 39. p. 897. 1912, bes. p. 906.

36. p. 898. 1911; 40. p. 376. 1913). Diese wirken hauptsächlich im Sinne einfacher *Verschiebungen* der Spektrallinien.

Aber wenn auch in der Hauptsache von einer quantitativen Vergleichung der Theorie mit der Erfahrung vorerst abgesehen werden muß, so ist das Ergebnis der qualitativen Vergleichung doch bemerkenswert. Die Theorie fordert eine Reihe von beobachteten Erscheinungen, die sich von vornherein als seltsam oder unerwartet darstellen. Ich gruppiere die zu erklärenden Tatsachen in solche, die sich auf *schwache*, und solche, die sich auf *starke* Felder beziehen. Schwach und stark sind hierbei natürlich *relative* Begriffe. Ein Feld gilt theoretisch als *schwach*, wenn dabei die Zerlegungen der einzelnen Linien merklich kleiner sind, als der Abstand des Paares im feldlosen Zustand, als *stark*, wenn das Umgekehrte stattfindet. Die Verhältnisse liegen in der Natur leider so, daß es nur ausnahmsweise gelingt, an *demselben* Liniensystem *beide* Fälle messend zu verfolgen; jedenfalls haben die untersuchten Duplets vom *D*-Typ bisher eine beide Bereiche umfassende Messung an demselben Objekt nicht gestattet.

2. Von den Eigentümlichkeiten, welche sich *bei schwachen Feldern* einstellen, hat die ersten der unten aufgeführten Hr. Dr. Back mir durch Einsicht in das Manuskript einer neuen Arbeit über die Na-Linie 3303 bekannt gegeben, und ich möchte ihm hierfür danken; andere sind in seiner publizierten Arbeit mitgeteilt.<sup>1)</sup>

Solange die magnetische Zerlegung der Einzellinien des Duplets unendlich klein ist gegen ihren Abstand, ist die wechselseitige Koppelung unmerklich. Bezüglich der *p*-Komponenten geben hier  $D_1$  und  $D_2$  symmetrische Duplets, bezüglich der *s*-Komponenten gibt  $D_1$  ein symmetrisches Duplet (das theoretisch als Quadruplet aufgefaßt werden kann),  $D_2$  ein symmetrisches Quadruplet.

a) *Bei zunehmender Feldstärke stoßen sich die Schwerpunkte der beiden p-Duplets gegenseitig ab.* Dies darf als unerwartet bezeichnet werden; denn da die beiden *p*-Duplets in den stärksten Feldern sich in eine einzige Linie umwandeln, wäre zu erwarten, daß die Koppelung sogleich in diesem Sinne wirkt.

1) Die bezüglichen Resultate sind zum Teil bestätigt durch Hrn. R. Fortrat, *Compt. rend.* 156. p. 1607. 1913.

β) Die absoluten Verschiebungen der  $p$ -Duplets, auf denen diese scheinbare Abstoßung beruht, sind entgegengesetzt gerichtet und ungefähr gleich groß.

γ) Auch die Schwerpunkte der beiden  $s$ -Komponentensysteme stoßen einander gegenseitig ab; dabei deformiert sich das Quadruplet der  $D_2$ -Komponenten so, daß das nach  $D_1$  zu liegende Außenintervall kleiner wird, als das von  $D_1$  ab liegende.

Der Vollständigkeit halber seien auch die folgenden Tatsachen hier wiederholt, die ich bereits früher behandelt habe.

Bei verschwindender Koppelungswirkung sind die symmetrisch zur feldlosen Linie liegenden Komponenten von gleicher Intensität.

δ) Bei wachsender Feldstärke ändern sich die bezüglichen Intensitäten dissymmetrisch und zwar nehmen die einander zugewandten Komponenten von  $D_1$  und  $D_2$  die größere Intensität an.

Da, wie oben in Erinnerung gebracht ist, die  $p$ -Komponenten beider Linien bei stärksten Feldern sich zu einer Linie umwandeln, so erscheint das genannte Verhalten der  $p$ -Komponenten im Sinne der schließlichen Entwicklung liegend und somit plausibel. Da aber die  $s$ -Komponenten schließlich normale Aufspaltung erhalten, so stellt sich die anfängliche Verstärkung der einander zugewandten Komponenten als einigermaßen unerwartet dar.

3. Bei stärksten Feldern findet nach der Beobachtung eine Umgestaltung des ganzen Komponentensystems im Sinne eines normalen Triplets statt. Bezüglich dieser Umgestaltung sind folgende Beobachtungen zu erwähnen, die freilich sämtlich dadurch einigermaßen unsicher sind, daß die von Hrn. Back und selbst auch die von Hrn. Fortrat benutzten Feldstärken im theoretischen Sinne immer noch nicht extrem groß waren.

ε) Die  $p$ -Komponenten ergeben für sich allein ein normales Triplet, dessen Außenkomponenten mit unendlich wachsender Feldstärke verschwinden. Dagegen haben die  $s$ -Komponenten keinen Bestandteil am Orte der Mittellinie des Triplets.

Diese höchst merkwürdige Tatsache wird von Hrn. Back<sup>1)</sup> an der Na-Linie 2853 belegt.

---

1) F. Paschen u. E. Back, l. c. p. 930. (Normales Triplet mit unvollkommener Polarisation der Außenkomponenten.)

Über die  $s$ -Komponenten liegt bei dem  $O$ -Triplet 3947 eine merkwürdige Beobachtung vor, die mit der vorstehenden in einem gewissen Zusammenhang steht, und deren Charakter ein Analogon bei den  $D$ -Duplets vermuten läßt. Wie nach  $\epsilon$ ) die  $p$ -Komponenten einen um die normale Aufspaltung nach außen von ihnen entfernten Begleiter haben, der mit wachsender Feldstärke schließlich verschwindet, so gilt gleiches für die  $s$ -Komponenten jenes Triplets.

$\zeta$ ) *Es erscheint somit wahrscheinlich, daß die  $s$ -Komponenten mit normaler Aufspaltung Begleiter besitzen mit doppelter normaler Aufspaltung und allmählich verschwindender Stärke.*

Die Beobachtungen des Hrn. Fortrat an Na 2853 scheinen eine Deutung in diesem Sinne zu gestatten.

$\eta$ ) *Es ist gelungen, die  $p$ -Komponenten durch Feldstärken zu einer merklich scharfen Linie zu vereinigen, durch welche dies bei den  $s$ -Komponenten mit normaler Aufspaltung nicht erreicht werden konnte.*

Diese Tatsache wird einerseits von Hrn. Back bezüglich der Na-Linie 2853 ausdrücklich hervorgehoben<sup>1)</sup>; andererseits ist sie bei dem  $O$ -Triplet im höchsten Grade auffällig durch die neuen Photogramme der Herren Paschen und Back<sup>2)</sup> bestätigt.

1) l. c. p. 930. Die Angaben von Hrn. Fortrat (l. c.) weichen hier, wie in anderen Punkten, allerdings ab.

2) F. Paschen u. E. Back, Ann. d. Phys. 40. p. 960. 1913. In dieser Arbeit finden sich p. 970 zwei Einwände gegen den Ansatz der Koppelungshypothese, den ich gemacht habe (Ann. d. Phys. 40. p. 368), um zu zeigen, wie etwa die Erscheinungen bei den  $H$ -Duplets zustande kommen können. Diese Einwände beruhen beide auf unrichtiger Verwendung der Formeln; ich will auf sie aber wegen des provisorischen Charakters jener Untersuchung nicht eingehen. Auch die am Schluß ausgedrückte „Zustimmung“ ist irrtümlich gefärbt: die Unabhängigkeit der  $p$ - und der  $s$ -Komponenten voneinander ist keine von mir gemachte Annahme, sondern eine Folge der lineären Form der optischen Gleichungen und der Symmetrieverhältnisse des Magnetfeldes. Im übrigen möchte ich bemerken, daß Messungen der scheinbaren Breiten von Zeemankomponenten nur schwer theoretisch verwertbar sind. An und für sich hängt die scheinbare Breite, die von der absoluten Stärke und der Spaltbreite beeinflußt wird, keineswegs einfach mit der theoretisch wichtigen Halbwertsbreite zusammen, die von diesen beiden Umständen unabhängig ist. Das Verhältnis der scheinbaren Breiten von  $p$ - und  $s$ -Komponenten wird

4. Ich gehe nunmehr zu der Entwicklung der Formeln der Theorie über, um sie für die Vergleichung mit den vorstehenden, wie auch mit etwaigen späteren Beobachtungsergebnissen geeignet zu machen.

Die Grundformeln für den Zeemanefekt gekoppelter Linienpaare vom Typ der *D*-Duplets enthalten nach meiner früheren Arbeit<sup>1)</sup> die folgenden Parameter.  $n$  ist der komplexe Brechungsindex,  $N$  die Zahl der Elektronensysteme in der Volumeneinheit,  $e$  die Ladung,  $m$  die träge Masse eines Elektrons.  $k_1, k_2$  sind die Parameter der quasielastischen,  $f_1, f_2$  diejenigen der dämpfenden Kräfte, die sich bei den Linien  $D_1$  und  $D_2$  betätigen. Die unmittelbare Wirkung des Magnetfeldes  $H$  auf die beiden Elektronengattungen wird durch dieselbe mit  $H$  proportionale Funktion  $g$  gemessen, die Koppelung, welche ein Elektron von  $D_1$  mit zwei von  $D_2$  verknüpft, durch die ebenso mit  $H$  proportionale Funktion  $r$ .  $g_n$  bezeichnet den normalen (Lorentzschen) Wert von  $g$ , d. h.  $eH/c$ .

Es sind die Abkürzungen eingeführt

$$(1) \quad \begin{cases} \frac{1}{3}(k + 2k_2) = k, & \frac{1}{3}(f_1 + 2f_2) = f, \\ p = k - m\nu^2 \pm \nu g + i\nu f, \\ \pi_j = k_j - k + i\nu(f_j - f), \quad j = 1, 2. \end{cases}$$

Dann gilt für die  $p$ -Schwingungen

$$(2) \quad \frac{n^2 - 1}{2Ne^2} = 3 \sum \frac{p^2 \pm 2\nu r p - (\pi_1^2 - \nu^2 r^2)}{p^3 - 3p(\pi_1^2 + \nu^2 r^2) - 2(\pi_1^3 \pm \nu^3 r^3)},$$

wobei

$$g = \frac{2}{3} g_n, \quad r = \frac{1}{3} g_n;$$

hingegen für die  $s$ -Schwingungen

$$(3) \quad \frac{n^2 - 1}{2Ne^2} = 3 \sum \frac{p^2 \pm \nu r p - (\pi_2^2 + 2\nu^2 r^2)}{p^3 - 3p(\pi_2^2 + \nu^2 r^2) - 2(\pi_2^3 \mp \nu^3 r^3)},$$

wobei

$$g = \frac{4}{3} g_n, \quad r = \frac{1}{3} g_n.$$

überdies noch durch die verschiedene Schwächung der beiden Komponenten bei der Beugung am Gitter modifiziert, die sehr komplizierten Gesetzen folgt. Auf alle diese Umstände gehen die Herren Paschen und Back nicht ein.

1) W. Voigt, l. c. p. 426.

Die Summen  $\sum$  sind beide Male über zwei Glieder zu nehmen, deren eines das *obere*, deren anderes das *untere* der doppelten Vorzeichen enthält, und die je die +- bzw. die --Komponenten der Zerlegung ergeben.

Die Ausdrücke (2) und (3) sind bei einer Parallelbehandlung der *p*- und der *s*-Komponenten gewonnen. Sie drücken im allgemeinen die Existenz von drei *p*- und von drei *s*-Komponenten an jeder Seite aus. Die eine der *p*-Komponenten (von  $D_2$ ) ist bei unmerklicher Koppelung gleich Null. Die Diskussion der Formel (2) zeigt, daß sie auch bei merklicher Koppelungswirkung gleich Null *bleibt*. In der Tat enthält der Quotient mit dem *oberen* Vorzeichen im Zähler und Nenner den Faktor  $p + (\pi_2 + \nu r)$ , der mit dem *unteren* Vorzeichen den Faktor  $p + (\pi_2 - \nu r)$ . Nach diesem Resultat kann man (2) auch schreiben

$$\frac{n^2 - 1}{2 N e^2} = 3 \sum \frac{p - \pi_2 \pm \nu r}{p^2 - p(\pi_2 \pm \nu r) - 2(\pi_1^2 + \nu^2 r^2 \mp \pi_1 \nu r)}$$

und dementsprechend die ganze Behandlung der *p*- und der *s*-Welle voneinander trennen. Es empfiehlt sich aber vielleicht mehr, die Parallelisierung der *p*- und der *s*-Wellen, die sich im ersten Teil der Untersuchung bequem erwiesen hat, nicht aufzugeben, und ich will demgemäß verfahren.

Diese Parallelisierung gewinnt Gestalt, indem man die Formeln (2) und (3) in der gemeinsamen Fassung anwendet

$$(4) \quad \frac{n^2 - 1}{2 N e^2} = 3 \sum \frac{p^2 \pm \epsilon \nu r p - (\pi_2^2 - \eta \nu^2 r^2)}{p^3 - 3 p (\pi_1^2 + \nu^2 r^2) - 2 (\pi_1^3 \pm \nu^3 r^3)}$$

Hierin ist

$$(5) \quad \begin{cases} \text{für die } p\text{-Wellen } \epsilon = + 2, & \eta = + 1, \\ \text{für die } s\text{-Wellen } \epsilon = - 1, & \eta = - 2 \end{cases}$$

zu setzen, falls im letzten Falle gleichzeitig die Zuordnung der +-Welle zum oberen, der --Welle zum unteren Vorzeichen vertauscht wird.

Wir bemerken, daß für *beide* Wellen gilt

$$(6) \quad \eta + 1 = \epsilon.$$

Schreiben wir den Nenner  $N$  von (4)

$$(7) \quad N = p^3 - 3 p R^2 - 2 S,$$

setzen also

$$(7) \quad \pi_2^2 + \nu^2 r^2 = R^2, \quad \pi_2^3 \pm \nu^3 r^3 = S$$

und machen

$$(8) \quad \frac{S}{R^3} = \frac{\pi_2^3 \pm \nu^3 r^3}{(\pi_2^2 + \nu^2 r^2)^{3/2}} = \cos 3 \psi,$$

so sind die Wurzeln von  $N$

$$(9) \quad \begin{cases} p' = 2 R \cos \psi, & p'' = -2 R \cos (60^\circ - \psi), \\ & p''' = -2 R \cos (60^\circ + \psi), \end{cases}$$

und wenn man die rechte Seite von (4) zerlegt gemäß dem Ansatz

$$(10) \quad \frac{3(p^3 \pm \varepsilon \nu r p - (\pi_2^3 - \eta \nu^2 r^2))}{(p-p')(p-p'')(p-p''')} = \frac{A'}{p-p'} + \frac{A''}{p-p''} + \frac{A'''}{p-p'''},$$

so ergibt die Rechnung bei  $\nu r/R = F$ :

$$(11) \quad \begin{cases} A' = 1 + \frac{\varepsilon F}{\sin 3 \psi} (F \sin \psi \pm \sin 2 \psi), \\ A'' = 1 - \frac{\varepsilon F}{\sin 3 \psi} (F \sin (\psi - 60^\circ) \pm \sin (2 \psi + 60^\circ)), \\ A''' = 1 - \frac{\varepsilon F}{\sin 3 \psi} (F \sin (\psi + 60^\circ) \pm \sin (2 \psi - 60^\circ)). \end{cases}$$

Damit sind die Orte und die Stärken sämtlicher Komponenten der  $D$ -Duplets in Strenge bestimmt. Allerdings ist die vollständige Berechnung im allgemeinen sehr umständlich, denn nach (1) enthält  $\pi_2$  die Differenz  $f_2 - f = \frac{1}{3}(f_2 - f_1)$  mit  $i$  multipliziert; sind die Halbwertsbreiten der  $D_2$ - und der  $D_1$ -Linien also voneinander verschieden, so sind  $p', \dots$  und auch  $A', \dots$  sämtlich komplex. Wie schon p. 211 bemerkt, sind wir durch die Unkenntnis der Halbwertsbreiten gezwungen, uns auf die Behandlung des einfachen Falles  $f_1 = f_2$  zu beschränken, wo dann alle die genannten Größen reell werden. Hier läßt sich der Verlauf der Erscheinung bei zunehmender Feldstärke in allen seinen Phasen relativ leicht rechnerisch verfolgen. Da aber Beobachtungen bisher nur für *extreme* Fälle vorliegen, so mögen über den allgemeinen Verlauf nur einige Bemerkungen gemacht werden.

5.  $\pi_j$  ist unter der Annahme  $f_1 = f_2$  gleich  $k_j - k$ , und wenn man die Frequenz  $\nu_j$  der feldlosen Konstituenten ( $j$ ) und die mittlere Frequenz beider  $\nu_0$  durch die Beziehungen

$$(12) \quad k_j = m \nu_j^2, \quad k = m \nu_0^2$$

einführt, auch beachtet, daß  $\nu_j - \nu_0 = \mu_j$  klein neben  $\nu_j + \nu_0$  ist, so erhält man

$$(13) \quad \pi_j = 2 m \nu_0 (\nu_j - \nu_0) = 2 m \nu_0 \mu_j.$$

Hier drückt  $\mu_j$  den in Frequenzen gemessenen Abstand der Linie ( $j$ ) von dem Schwerpunkt der beiden Linien oder der mittleren Frequenz  $\nu_0$  aus. Dabei ist wegen

$$(14) \quad \pi_1 + 2 \pi_2 = 0 \text{ auch } \mu_1 + 2 \mu_2 = 0.$$

Die Nenner der Partialbruchzerlegung (10) haben nach (1) die Form

$$k - m \nu^2 \pm \nu (g + 2 g') + i \nu f,$$

wobei  $\pm 2 \nu g'$  bzw.  $\pm 2 \nu g''$ ,  $2 \nu g'''$  für  $-p'$ ,  $-p''$ ,  $-p'''$  steht, analog zu der in meiner früheren Arbeit benutzten Bezeichnung. Da  $\nu - \nu_0 = \mu$  immer klein neben  $\nu + \nu_0$  ist, so kann man die Nenner auch schreiben

$$2 m \nu_0 \left( -\mu \pm \frac{(g + 2 g')}{2 m} + \frac{i \nu f}{2 m} \right);$$

es bestimmt dann

$$(15) \quad \mu = \pm \frac{(g + 2 g')}{2 m}$$

die Lage der dem bez. Nenner entsprechenden Absorptionslinien relativ zur mittleren Frequenz  $\nu_0$ . Die normale Verschiebungsgröße ist gegeben durch

$$(16) \quad \mu_n = \frac{g_n}{2 m}.$$

Vertauscht man in (9)  $R$  mit dem Wert  $\nu r / F$  und beachtet, daß  $F$  und  $\psi$  nur von  $\nu r / \pi_2$  abhängen,  $r$  und  $g$  dem Felde proportional sind, so erkennt man, daß sowohl die spezifische Aufspaltung  $Z = \mu / H$ , als die Stärken  $A', \dots$  nur von dem Quotienten  $\nu r / \pi_2$  abhängen, daß also für  $D$ -Duplets mit verschiedenen Abständen  $a_0 = \overline{D_1 D_2}$  die gleichen spezifischen Aufspaltungen und Stärken bei mit den betreffenden  $a_0$  proportionalen Feldern stattfinden.

6. Ich wende mich nun zur Entwicklung der Formeln (9) und (11) für die Fälle schwacher und starker Felder nach der

p. 212 gegebenen Definition. Im ersten Falle schwacher Felder setze ich

$$(17) \quad \frac{\nu \tau}{\pi_2} = \frac{\nu g_n}{3 \pi_2} = \frac{\mu_n}{3 \mu_2} = \beta \quad \text{und} \quad \beta < 1$$

und führe die etwas umständliche Rechnung in bezug auf die  $p'$ , ... bis zur dritten, in bezug auf  $A'$ , ... bis zur zweiten Ordnung (was sich bei der Rechnung gleichzeitig einstellt). Hr. Dr. Försterling hat die Resultate kontrolliert.

Es gilt hiernach folgendes:

I.  $p$ -Schwingung,  $g = \frac{2}{3} g_n$ ,  $p' = 2 \nu g'$ , ...

+ Seite:

$$(18) \quad \left\{ \begin{array}{l} \nu(g + 2g'_+) = \frac{2}{3} \nu g_n - 2 \pi_2 (1 + \frac{1}{3} \beta^2 + \frac{1}{9} \beta^3), \\ \quad \quad \quad A'_+ = 1 + \frac{1}{3} \beta + \frac{2}{3} \beta^2, \\ \nu(g + 2g''_+) = \frac{2}{3} \nu g_n + \pi_2 (1 + \beta), \\ \quad \quad \quad A''_+ = 0, \\ \nu(g + 2g'''_+) = \frac{2}{3} \nu g_n + \pi_2 (1 - \beta + \frac{2}{3} \beta^2 + \frac{2}{9} \beta^3), \\ \quad \quad \quad A'''_+ = 2(1 - \frac{2}{3} \beta - \frac{1}{3} \beta^2). \end{array} \right.$$

- Seite:

$$(19) \quad \left\{ \begin{array}{l} -\nu(g + 2g'_-) = -\frac{2}{3} \nu g_n - 2 \pi_2 (1 + \frac{1}{3} \beta^2 - \frac{1}{9} \beta^3), \\ \quad \quad \quad A'_- = 1 - \frac{1}{3} \beta + \frac{2}{3} \beta^2, \\ -\nu(g + 2g''_-) = -\frac{2}{3} \nu g_n + \pi_2 (1 + \beta + \frac{2}{3} \beta^2 - \frac{2}{9} \beta^3), \\ \quad \quad \quad A''_- = 2(1 + \frac{2}{3} \beta - \frac{1}{3} \beta^2), \\ -\nu(g + 2g'''_-) = -\frac{2}{3} \nu g_n + \pi_2 (1 - \beta), \\ \quad \quad \quad A'''_- = 0. \end{array} \right.$$

Die zweite Zeile in dem ersten System, die dritte in dem zweiten bestimmen gemäß  $A''_+ = 0$ ,  $A'''_- = 0$  die p. 216 erwähnte Komponente verschwindender Stärke; nach dem Wert (17) von  $\beta$  und nach Formel (16) wird

$$(20) \quad \left\{ \begin{array}{l} \nu(g + 2g''_+) = \pi_2 + \nu g_n, \quad \nu(g + 2g'''_-) = -(\pi_2 + \nu g_n), \\ \quad \quad \quad \mu''_+ = (\mu_2 + \mu_n), \quad \mu'''_- = -(\mu_2 + \mu_n), \end{array} \right.$$

d. h., die Komponenten verschwindender Stärke behalten bei wachsendem Felde die normale Aufspaltung gegen  $D_2$  zunächst bei.

Die ersten Zeilen beider Systeme stellen das Verhalten der  $D_1$ -Linie dar. Wir schreiben sie

$$(21) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{für die } + \text{ Seite} \\ \mu'_+ = \frac{2}{3} \mu_n - 2 \mu_2 (1 + \frac{1}{3} \beta^2 + \frac{1}{9} \beta^3), \\ A'_+ = 1 + \frac{4}{3} \beta + \frac{2}{3} \beta^2, \\ \text{für die } - \text{ Seite} \\ \mu'_- = -\frac{2}{3} \mu_n - 2 \mu_2 (1 + \frac{1}{3} \beta^2 - \frac{1}{9} \beta^3), \\ A'_- = 1 - \frac{4}{3} \beta + \frac{2}{3} \beta^2. \end{array} \right.$$

Die noch übrigen Formeln beziehen sich auf die  $D_2$ -Linie. Wir haben

$$(22) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{für die } + \text{ Seite} \\ \mu''_+ = \frac{1}{3} \mu_n + \mu_2 (1 + \frac{2}{3} \beta^2 + \frac{2}{9} \beta^3), \\ A''_+ = 2 (1 - \frac{2}{3} \beta - \frac{1}{3} \beta^2), \\ \text{für die } - \text{ Seite} \\ \mu''_- = -\frac{1}{3} \mu_n + \mu_2 (1 + \frac{2}{3} \beta^2 - \frac{2}{9} \beta^3), \\ A''_- = 2 (1 + \frac{2}{3} \beta - \frac{1}{3} \beta^2). \end{array} \right.$$

Dabei ist nach (17)  $\beta = \mu_n / 3 \mu_2$ .

In den Formeln (21) und (22) bezeichnen die Terme  $-2 \mu_2$ ,  $+ \mu_2$  rechts den Ort der feldlosen Linien  $D_1$  und  $D_2$ , die in der Tat um diese Beträge von der mittleren Frequenz  $\nu_0$  abliegen. Von diesen Orten aus finden die Bewegungen infolge der Feldwirkung statt.

Die Änderung der relativen Abstände der zusammengehörigen +- und --Komponenten sind für beide Linienpaare gegeben durch

$$(23) \quad \left\{ \begin{array}{l} \mu'_+ - \mu'_- = \frac{4}{3} \mu_n - \frac{4}{9} \mu_2 \beta^3, \\ \mu''_+ - \mu''_- = \frac{2}{3} \mu_n + \frac{4}{9} \mu_2 \beta^3; \end{array} \right.$$

die Koppelungswirkung macht sich hierin im zweiten Glied geltend und ist somit klein von dritter Ordnung.

Die Mitten der Paare aus +- und --Komponenten für jede Linie bewegen sich nach dem Gesetz

$$(24) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} (\mu'_+ + \mu'_-) = -2 \mu_2 (1 + \frac{1}{3} \beta^2), \\ \frac{1}{2} (\mu''_+ + \mu''_-) = + \mu_2 (1 + \frac{2}{3} \beta^2); \end{array} \right.$$

sie stoßen sich also um Beträge zweiter Ordnung ab, indem sie nach beiden Seiten um gleiche Beträge wandern. Dies entspricht den Beobachtungen  $\alpha$ ) und  $\beta$ ) von p. 212 und 213.

Die Formeln für die  $A$  lassen erkennen, daß die Stärken der Komponenten von  $D_1$  und  $D_2$  sich infolge der Koppelung unsymmetrisch um Glieder erster Ordnung ändern, und zwar so, daß die einander zugekehrten Komponenten verstärkt, die abgewandten geschwächt werden. Bei  $D_1$  ist die prozentuale Stärkeänderung größer als bei  $D_2$ . Dies entspricht der einen Beobachtung  $\delta$ ).

II.  $s$ -Schwingung,  $g = \frac{4}{3}g_n$ ,  $p' = 2\nu g'$ , . . .

+ Seite:

$$(25) \quad \left\{ \begin{array}{l} \nu(g + 2g'_+) = \frac{4}{3}\nu g_n - 2\pi_2(1 + \frac{1}{3}\beta^2 - \frac{1}{6}\beta^3), \\ \quad A'_+ = 1 + \frac{2}{3}\beta - \frac{1}{3}\beta^2, \\ \nu(g + 2g''_+) = \frac{4}{3}\nu g_n + \pi_2(1 + \beta + \frac{2}{3}\beta^2 - \frac{2}{6}\beta^3), \\ \quad A''_+ = \frac{1}{2}(1 - \frac{4}{3}\beta + \frac{2}{3}\beta^2), \\ \nu(g + 2g'''_+) = \frac{4}{3}\nu g_n + \pi_2(1 - \beta), \\ \quad A'''_+ = \frac{3}{2}; \end{array} \right.$$

- Seite:

$$(26) \quad \left\{ \begin{array}{l} -\nu(g + 2g'_-) = -\frac{4}{3}\nu g_n - 2\pi_2(1 + \frac{1}{3}\beta^2 + \frac{1}{6}\beta^3), \\ \quad A'_- = 1 - \frac{2}{3}\beta - \frac{1}{3}\beta^2, \\ -\nu(g + 2g''_-) = -\frac{4}{3}\nu g_n + \pi_2(1 + \beta), \\ \quad A''_- = \frac{3}{2}, \\ -\nu(g + 2g'''_-) = -\frac{4}{3}\nu g_n + \pi_2(1 - \beta + \frac{2}{3}\beta^2 + \frac{2}{6}\beta^3), \\ \quad A'''_- = \frac{1}{2}(1 + \frac{4}{3}\beta + \frac{2}{3}\beta^2). \end{array} \right.$$

Die ersten Zeilen beider Systeme beziehen sich auf die  $D_1$ -, die folgenden auf die  $D_2$ -Linie.

Wir schreiben für  $D_1$ :

$$(27) \quad \left\{ \begin{array}{l} \mu'_+ = \frac{4}{3}\mu_n - 2\mu_2(1 + \frac{1}{3}\beta^2 - \frac{1}{6}\beta^3), \\ \quad A'_+ = 1 + \frac{2}{3}\beta - \frac{1}{3}\beta^2, \\ \mu'_- = -\frac{4}{3}\mu_n - 2\mu_2(1 + \frac{1}{3}\beta^2 + \frac{1}{6}\beta^3), \\ \quad A'_- = 1 - \frac{2}{3}\beta - \frac{1}{3}\beta^2. \end{array} \right.$$

Analog für  $D_2$ :

$$(28) \quad \begin{cases} \mu'_+ = \frac{5}{3} \mu_n + \mu_2 (1 + \frac{2}{3} \beta^2 - \frac{2}{9} \beta^3), & A''_+ = \frac{1}{2} (1 - \frac{4}{3} \beta + \frac{2}{3} \beta^2), \\ \mu''_+ = \frac{3}{3} \mu_n + \mu_2, & A'''_+ = \frac{3}{2}, \\ \mu''_- = -\frac{3}{3} \mu_n + \mu_2, & A''_- = \frac{3}{2}, \\ \mu'''_- = -\frac{5}{3} \mu_n + \mu_2 (1 + \frac{2}{3} \beta^2 + \frac{2}{9} \beta^3), & A'''_- = \frac{1}{2} (1 + \frac{4}{3} \beta + \frac{2}{3} \beta^2). \end{cases}$$

Wieder stellen die Terme  $-2\mu_2$  und  $\mu_2$  die anfänglichen Orte der Linien  $D_1$  und  $D_2$  dar, von denen aus die Bewegung beginnt.

Für die Änderung der Abstände entsprechender Komponenten gilt

$$(29) \quad \begin{cases} \mu'_+ - \mu'_- = \frac{8}{3} \mu_n + \frac{4}{3} \mu_2 \beta^3, \\ \mu''_+ - \mu''_- = \frac{1}{3} \mu_n - \frac{4}{9} \mu_2 \beta^3, \\ \mu'''_+ - \mu'''_- = \frac{6}{3} \mu_n; \end{cases}$$

die Wirkung der Koppelung ist auch hier klein von dritter oder noch höherer Ordnung.

Die Mitten der entsprechenden Komponenten bewegen sich nach den Gesetzen

$$(30) \quad \begin{cases} \frac{1}{2} (\mu'_+ + \mu'_-) = -2 \mu_2 (1 + \frac{1}{3} \beta^2), \\ \frac{1}{2} (\mu''_+ + \mu''_-) = + \mu_2 (1 + \frac{2}{3} \beta^2), \\ \frac{1}{2} (\mu'''_+ + \mu'''_-) = + \mu_2. \end{cases}$$

Wieder findet Abstoßung zwischen den  $D_1$ - und den  $D_2$ -Komponenten statt. Die Außenkomponenten von  $D_2$  erleiden eine Verschiebung infolge der Koppelung, die Innenkomponenten nicht; demgemäß wird auf der  $D_1$  zugewandten Seite der Abstand verringert, auf der abgewandten Seite vergrößert. Das ist die Beobachtung  $\gamma$ ) von p. 213.

Die Stärken ändern sich bei den Komponenten derselben Linie unsymmetrisch in demselben Sinne, wie bei den  $p$ -Komponenten, aber schwächer. Das ist die andere Beobachtung  $\delta$ ).

Während die Veränderungen der Stärken und die relativen Verschiebungen der Komponenten hiernach mit den Beobachtungen in vollständiger Übereinstimmung sind, scheint bezüglich der absoluten Verschiebungen noch eine Unstimmigkeit zu bestehen. Es wird eine Aufgabe der weiteren Untersuchung sein müssen, ob sich dieselbe durch die p. 211 erwähnten sekundären Vorgänge erklären läßt.

7. Für den Fall starker Felder setze ich

$$(31) \quad \frac{\pi_2}{\nu r} = \frac{3\pi_2}{\nu g_n} = \frac{3\mu_n}{\mu_n} = \gamma \quad \text{und} \quad \gamma < 1$$

und führe die Rechnung wie früher durch. Die Ergebnisse sind die folgenden:

I.  $p$ -Schwingung;  $r = \frac{1}{3}g_n$ ,  $p' = 2\nu g'$ , . . .

+ Seite:

$$(32) \quad \left\{ \begin{array}{l} \nu(g + 2g'_+) = \frac{2}{3}\nu g_n - \frac{2}{3}\nu g_n(1 + \frac{1}{3}\gamma^2 + \frac{1}{9}\gamma^3), \\ \quad \quad \quad A'_+ = 3 - \frac{2}{3}\gamma^2, \\ \nu(g + 2g''_+) = \frac{2}{3}\nu g_n + \frac{1}{3}\nu g_n(1 + \gamma), \\ \quad \quad \quad A''_+ = 0, \\ \nu(g + 2g'''_+) = \frac{2}{3}\nu g_n + \frac{1}{3}\nu g_n(1 - \gamma + \frac{2}{3}\gamma^2 + \frac{2}{9}\gamma^3), \\ \quad \quad \quad A'''_+ = \frac{2}{3}\gamma^2; \end{array} \right.$$

- Seite:

$$(33) \quad \left\{ \begin{array}{l} -\nu(g + 2g'_-) = -\frac{2}{3}\nu g_n - \frac{1}{3}\nu g_n(1 + \gamma + \frac{2}{3}\gamma^2 - \frac{2}{9}\gamma^3), \\ \quad \quad \quad A'_- = \frac{2}{3}\gamma^2, \\ -\nu(g + 2g''_-) = -\frac{2}{3}\nu g_n + \frac{2}{3}\nu g_n(1 + \frac{1}{3}\gamma^2 - \frac{1}{9}\gamma^3), \\ \quad \quad \quad A''_- = 3 - \frac{2}{3}\gamma^2, \\ -\nu(g + 2g'''_-) = -\frac{2}{3}\nu g_n - \frac{1}{3}\nu g_n(1 - \gamma), \\ \quad \quad \quad A'''_- = 0. \end{array} \right.$$

Die zweite Zeile des ersten, die dritte des zweiten Systems bezieht sich wieder auf die Komponente verschwindender Stärke von  $D_2$ .

Die ersten Zeilen beider Systeme geben die Komponenten von  $D_1$ ; wir folgern daraus nach (15) und (16)

$$(34) \quad \left\{ \begin{array}{l} \mu'_+ = -\frac{2}{3}\mu_n\gamma^2(1 + \frac{1}{3}\gamma), \quad \quad \quad A'_+ = 3 - \frac{2}{3}\gamma^2, \\ \mu'_- = -\mu_n(1 + \frac{1}{3}(\gamma + \frac{2}{3}\gamma^2 - \frac{2}{9}\gamma^3)), \quad \quad \quad A''_- = \frac{2}{3}\gamma^2. \end{array} \right.$$

Die übrigen Formeln beziehen sich auf die nicht verschwindenden Komponenten von  $D_2$  und ergeben

$$(35) \quad \left\{ \begin{array}{l} \mu'''_+ = \mu_n(1 - \frac{1}{3}(\gamma - \frac{2}{3}\gamma^2 - \frac{2}{9}\gamma^3)), \quad \quad \quad A'''_+ = \frac{2}{3}\gamma^2, \\ \mu'''_- = \frac{2}{3}\mu_n\gamma^2(1 - \frac{1}{3}\gamma), \quad \quad \quad A'''_- = 3 - \frac{2}{3}\gamma^2. \end{array} \right.$$

Da  $\gamma$  mit unendlich wachsendem Felde verschwindet, so ergibt sich hieraus, daß die +-Komponente von  $D_1$  und die

--Komponente von  $D_2$  sich mit wachsendem Felde zu der mittleren Frequenz  $\nu_0$  zusammenziehen, indem sie dabei allmählich die gesamte Intensität aufnehmen, die --Komponente von  $D_1$  und die +-Komponente von  $D_2$  hingegen normale Aufspaltung mit abnehmender Stärke annehmen. Dies entspricht der merkwürdigen ersten Beobachtung  $\varepsilon$ ).

II.  $s$ -Schwingungen,  $r = \frac{1}{3}g_n$ ,  $p' = 2\nu g'$ , . . .

+ Seite:

$$(36) \left\{ \begin{array}{l} \nu(g + 2g'_+) = \frac{4}{3}\nu g_n - \frac{1}{3}\nu g_n(1 + \gamma + \frac{2}{3}\gamma^2 - \frac{2}{9}\gamma^3), \\ \quad A'_+ = \frac{2}{3} - \frac{1}{3}\gamma^2, \\ \nu(g + 2g''_+) = \frac{4}{3}\nu g_n + \frac{2}{3}\nu g_n(1 + \frac{1}{3}\gamma^2 - \frac{1}{9}\gamma^3), \\ \quad A''_+ = \frac{1}{3}\gamma^2, \\ \nu(g + 2g'''_+) = \frac{4}{3}\nu g_n - \frac{1}{3}\nu g_n(1 - \gamma), \\ \quad A'''_+ = \frac{2}{3}. \end{array} \right.$$

- Seite:

$$(37) \left\{ \begin{array}{l} -\nu(g + 2g'_-) = -\frac{4}{3}\nu g_n - \frac{2}{3}\nu g_n(1 + \frac{1}{3}\gamma^2 + \frac{1}{9}\gamma^3), \\ \quad A'_- = \frac{1}{3}\gamma^2, \\ -\nu(g + 2g''_-) = -\frac{4}{3}\nu g_n + \frac{1}{3}\nu g_n(1 + \gamma), \\ \quad A''_- = \frac{2}{3}, \\ -\nu(g + 2g'''_-) = -\frac{4}{3}\nu g_n + \frac{1}{3}\nu g_n(1 - \gamma + \frac{2}{3}\gamma^2 + \frac{2}{9}\gamma^3), \\ \quad A'''_- = \frac{2}{3} - \frac{1}{3}\gamma^2. \end{array} \right.$$

Gruppiert man wieder die Komponenten der  $D_1$ - und der  $D_2$ -Linie für sich, so ergeben sich die folgenden Systeme von Verschiebungen  $\mu$  gegen die mittlere Frequenz  $\nu_0$ .

$D_1$ -Linie:

$$(38) \left\{ \begin{array}{l} \mu'_+ = \mu_n(1 - \frac{1}{3}(\gamma + \frac{2}{3}\gamma^2 - \frac{2}{9}\gamma^3)), \quad A'_+ = \frac{2}{3} - \frac{1}{3}\gamma^2, \\ \mu'_- = -\mu_n(2 + \frac{2}{9}\gamma^2(1 + \frac{1}{3}\gamma)), \quad A'_- = \frac{1}{3}\gamma^2. \end{array} \right.$$

$D_2$ -Linie:

$$(39) \left\{ \begin{array}{l} \mu''_+ = \mu_n(2 + \frac{2}{9}\gamma^2(1 - \frac{1}{3}\gamma)), \quad A''_+ = \frac{1}{3}\gamma^2, \\ \mu''_+ = \mu_n(1 + \frac{1}{3}\gamma), \quad A'''_+ = \frac{2}{3}, \\ \mu''_- = -\mu_n(1 - \frac{1}{3}\gamma), \quad A''_- = \frac{2}{3}, \\ \mu'''_- = -\mu_n(1 + \frac{1}{3}(\gamma - \frac{2}{3}\gamma^2 - \frac{2}{9}\gamma^3)), \quad A'''_- = \frac{2}{3} - \frac{1}{3}\gamma^2. \end{array} \right.$$

Dies zeigt, daß die positive Komponente von  $D_1$  und die eine positive von  $D_2$  mit wachsender Feldstärke normale Aufspaltung auf der +-Seite, die beiden negativen Komponenten von  $D_2$  aber normale Aufspaltung auf der negativen Seite annehmen, dabei je die Hälfte der Gesamtstärke an sich ziehen. Eine Komponente am Orte der mittleren Frequenz  $\nu_0$  erscheint nicht (zweite Beobachtung  $\epsilon$ ). Die beiden noch übrigen Komponenten erhalten *doppelte* normale Aufspaltung bei allmählich verschwindender Intensität. Dies entspricht der unter  $\zeta$ ) formulierten Erwartung.

Daß diese Komponenten bei *D*-Linien noch nicht beschrieben sind, dürfte an ihrer sehr geringen Intensität liegen. Daß sie bei den *O*-Triplets gefunden sind, und daß die Beobachtungen Hrn. Fortrats bei Na 2853 eine Andeutung für sie geben, ist bereits p. 214 erwähnt.

Es bleibt noch die Erfahrungstatsache  $\eta$ ) zu erklären, die mir vor vollständiger Entwicklung der Formeln sehr rätselhaft erschien, jetzt aber eine unerwartete Deutung findet. (Ich erinnere daran, daß es sich dabei um die Beobachtung *scharfer Mittel- und unscharfer Seitenkomponenten* der anscheinend normalen Triplets in stärksten Feldern handelt.) Die Lösung ergibt sich nach der Theorie folgendermaßen.

Bisher ist nur die Größe der *Aufspaltungen*  $Z = \mu/H$  diskutiert worden, nicht die der *eigentlichen Verschiebungen*  $\mu$ . Diese Aufspaltung ergab sich für die schließlich übrigen *p*-Komponenten bei unendlichen Feldstärken gleich Null, für die *s*-Komponenten normal. Die Verschiebungen verhalten sich nicht notwendig ebenso; denn die für sie geltenden Ausdrücke von der Form

$$(40) \quad \mu = \mu_n (a + b\gamma + c\gamma^2 + d\gamma^3),$$

wobei  $\gamma = 3\mu_2/\mu_n$ , erhalten für  $H = \infty$  in  $\mu_n$  einen *unendlichen* Faktor, während der Faktor  $\mu_n/H$  von  $Z$  *endlich* ist. Dies hat zur Folge, daß in den aus (40) folgenden Ausdrücken für die *Aufspaltungen* bei  $H = \infty$  die Klammer sich auf das erste Glied reduziert, in denjenigen für die *Verschiebungen* nicht. Meine frühere Arbeit hat die Diskussion nur auf die *Aufspaltungen* gerichtet; daher sind in ihr die folgenden Tatsachen nicht bemerkt worden.

Ziehen wir zunächst die  $p$ -Schwingungen in Betracht, so ergibt sich, daß nach den Werten (34) für  $\mu'_+$  und  $\mu''_-$  die beiden schließlich allein übrig bleibenden Komponenten *streng* in die mittlere Frequenz  $\nu_0$  rücken, also daselbst eine scharfe Linie geben. Die schließlich verschwindenden Außenkomponenten erhalten die Verrückungen  $\mu'_- = -(\mu_n + \mu_2)$  und  $\mu''_+ = (\mu_n - \mu_2)$ .

Für die schließlich übrig bleibenden  $s$ -Komponenten werden die Elongationen nach (38) und (39)

$$(41) \quad \begin{cases} \mu'_+ = \mu_n - \mu_2, & \mu''_- = -(\mu_n - \mu_2), \\ \mu''_+ = \mu_n + \mu_2, & \mu'_- = -(\mu_n + \mu_2). \end{cases}$$

Dies zeigt, daß das bei unendlichen Feldstärken resultierende Komponentensystem auf jeder Seite der mittleren Frequenz nicht eine *einfache*, sondern eine *doppelte* Linie liefert, deren *Mitte die normale Verschiebung erfährt*. Die Komponenten jedes Paares liegen um den dritten Teil des Abstandes  $\overline{D_1 D_2}$  von dieser Mitte entfernt.

Diese vier Komponenten stellen indessen kein Zeemansches Quadruplet dar, denn die Abstände jedes Paares sind vom Felde unabhängig; man wird dieses Gebilde passend als *ein normales Duplet von Doppellinien* bezeichnen.

Nach diesem Resultat würde sich die Beobachtung  $\eta$ ) ganz von selbst erklären. (Wie das abweichende Resultat des Hrn. Fortrat zu verstehen ist, wird spezieller zu untersuchen sein.) Offenbar liegt bei dem  $O$ -Triplet ein ganz analoges Verhalten vor; nur können hier, entsprechend der wirksamen viel größeren Zahl von Freiheitsgraden voraussichtlich mehr als zwei Linien in unveränderlicher gegenseitiger Lage und mit normaler Verschiebung der Mitte die Außenkomponenten des sogenannten Triplets bilden.

Indessen ist keineswegs zu schließen, daß ein derartig komplizierten Bau der Außenkomponenten *stets* eintreten müßte; der einfache Ansatz, durch den ich kürzlich die wesentlichen Eigenschaften der  $H$ -Duplets wiedergegeben habe, liefert z. B. *einfache* Außenkomponenten. Umgekehrt muß vorerst auch die Möglichkeit zugegeben werden, daß bei komplizierten Liniengruppen die Mittelkomponente gleichfalls komplex ist.

Die zu höherer Annäherung fortgeführte Untersuchung ergibt also das allgemeine Resultat, daß einige in meiner letzten Arbeit formulierte Ergebnisse eine gewisse Ergänzung verlangen. In den allgemeinen Sätzen auf p. 434 und 435, die sich auf die Wirkung zyklischer Koppelungen beziehen, müßte z. B. hervorgehoben werden, daß das Resultat gesteigerter Feldwirkung eine einzige oder aber auch eine (*enge*) mehrfache Komponente sein kann, wobei nach dem obigen als mehrfache Komponente ein Liniensystem bezeichnet wird, dessen Teile in ihrer relativen Lage durch das Feld nicht beeinflußt werden.<sup>1)</sup> Ich werde auf die Bedingung für das Eintreten dieses merkwürdigen Ausnahmefalles an einer anderen Stelle ausführlicher eingehen.

Abschließend sei daran erinnert, daß die obigen Entwicklungen die einfachste Form der Koppelungstheorie der *D*-Duplets darstellen und Mittel vorhanden sind, wenn die Beobachtungen es verlangen, sie noch weiter auszugestalten.

Göttingen, Anfang Juni 1913.

1) *Anmerkung.* Ich benutze die Gelegenheit, um einen in meiner letzten Arbeit gebrauchten, ungenauen Ausdruck zu berichtigen. Wenn ich daselbst mehrfach vom „Zusammenfließen“ eines Duplets oder Triplets in eine einzige Linie gesprochen habe, so ergibt der ganze Zusammenhang, daß dies nicht im *eigentlichen* Sinne verstanden werden darf. Enthält in dem Ausdruck (62)

$$Q = \sum_{h,k} \Delta_{h,k} / \Delta$$

der Nenner den Zähler als Faktor, und resultiert demgemäß

$$Q = 1 / (p + \nu q),$$

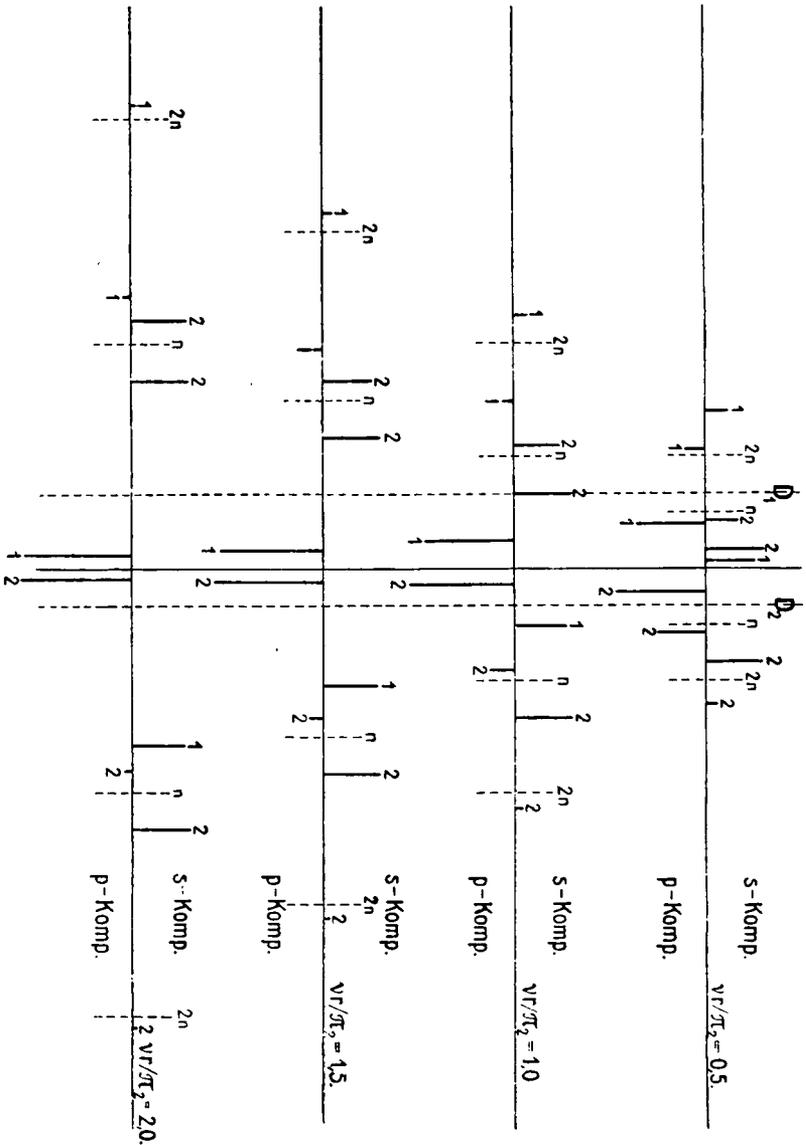
so bedeutet dies im allgemeinen nur, daß eine Anzahl von Komponenten verschwindende Stärke erreicht, also *verschwindet*, während natürlich die übrig bleibenden auf ihre Kosten zunehmen. Die vorstehende weitergeführte Analyse läßt genauer erkennen, wie dieser Vorgang sich speziell bei den *D*-Duplets abspielt. Es handelt sich somit eher um ein „Aufgehen“ einer Anzahl von Komponenten in einer einzigen, als um ein Zusammenfließen.

(Eingegangen 16. Juni 1913.)

Zusatz bei der Korrektur.

Die nachstehende Figur soll besser und vollständiger als die Formeln, die Bewegungen und Stärkeänderungen der zehn

Komponenten der *D*-Duplets veranschaulichen. Sie beruht auf den strengen Formeln (9) und (11) und gibt die Konfiguration des ganzen Systems für vier (mittlere) Feldstärken



wieder, die durch die in der Figur eingetragenen *normalen* Aufspaltungen  $\bar{n}\bar{n} = 2\mu_n$  charakterisiert sind. Dieselben entsprechen den Werten  $\nu r/\pi_2 = 0,5; 1,0; 1,5; 2$ . (Mit  $2n$ ,  $2n$  sind die *doppelten* normalen Aufspaltungen markiert.) Die Stärken der Komponenten sind durch vertikale Strecken wiedergegeben, die für die *s*-Komponenten nach oben, für die *p*-Komponenten nach unten gezeichnet sind. Eine beigesezte 1 bzw. 2 deutet die Abstammung der bezüglichen Komponente von  $D_1$  bzw. von  $D_2$  an.

Die Figur gibt ein deutliches Bild der anormalen Veränderung eines *D*-Duplets nach der einfachsten Form der Koppelungstheorie. Bei  $\nu r/\pi_2 = 0,5$  ist die Wirkung der Koppelung auf die Lagen noch klein, während die Stärken bereits wesentlich verändert sind. Bei wachsendem Feld drängen sich die inneren *p*-Komponenten nach der mittleren Frequenz  $\nu_0$  zusammen, die äußeren verschwinden bei normaler Aufspaltung. Von den *s*-Komponenten bilden die vier inneren zwei starke Paare ungleicher Herkunft, die *normaler* Aufspaltung zustreben; die äußeren gehen *doppelter* normaler Aufspaltung entgegen, bei noch geringerer Intensität, als sie die äußeren *p*-Komponenten haben. Verschiebungen der  $D_1$ - und  $D_2$ -Linie durch sekundäre Wirkungen (vgl. p. 211) würden das Bild in Einzelheiten ändern, vielleicht noch vollständiger mit den Fortratschen wohl etwas schematischen Kurven zur Deckung bringen. —

Das Vertrauen, daß die entwickelte Theorie das Wesentliche der Vorgänge bei den *D*-Duplets richtig wiedergibt, wird mir durch den folgenden Umstand erneut gestützt. Hr. Zeeman hat durch ein einfaches Hilfsmittel kürzlich Absorptionslinien von Dämpfen von einer früher nicht erreichbaren Schärfe hergestellt, derart, daß er z. B. den Dupletcharakter von Li 6708 zu erweisen vermochte. Ich habe mich an ihn mit der Bitte gewandt, daß er diese Linie in einem möglichst starken Feld untersuchen und dabei das Verhalten der Innen- und der Außenkomponenten vergleichen möchte.

Er schreibt mir nun jetzt bezüglich der Resultate folgendes: „Die Beobachtung von Li 6708 ergibt eine einfache Mittelkomponente. Die Außenkomponenten sind etwa von der Breite des ursprünglichen Duplets und scheinen doppelt zu sein.

Ganz sicher ist das letztere jedoch nicht. Bringt man vor den Spalt ein Nicol, welcher nur die  $p$ -Schwingungen durchläßt, dann sieht man bei unerregtem Felde das Li-Duplet. Bei Erregung des Feldes beobachtet man sehr schön das Zusammenrücken des Duplets in eine Komponente. (Es macht den Eindruck, daß die scharfe, intensive  $p$ -Komponente umgeben ist von einem sehr schwachen, in nächster Nähe der Linie befindlichen Hintergrund.)“

Diese Wahrnehmungen (die sich auf ein theoretisch recht starkes Feld beziehen) dürfen wohl als eine neue Bestätigung der Theorie gelten.

Göttingen, den 16. Juli 1913.

---