

V 42 Messung der Reichweite von α - und β -Strahlen und der Schwächung von γ -Strahlen durch Materie

A) Stichworte zur Vorbereitung

Aufbau der Atomkerne, instabile Kerne, Isotope, Zerfallsgesetz, Halbwertszeit, natürliche und künstliche Radioaktivität, Zerfallsarten instabiler Kerne, Reichweite von α - und β -Strahlung, Schwächung von γ -Strahlen, Nachweis radioaktiver Strahlung (Photoplatte, Zählrohr, Szintillationszähler), Strahlenbelastung bei einigen nuklearmedizinischen Untersuchungsmethoden im Vergleich zu der bei der Röntgendiagnostik auftretenden Strahlenbelastung (vgl. V 43), halblogarithmische Darstellung (vgl. Einleitung Kap. 5.).

B) Literatur

Trautwein, Kreibig, Oberhausen: Physik für Mediziner, Biologen, Pharmazeuten
Gerthsen, Meschede: Gerthsen Physik

Herbert Reich: Dosimetrie ionisierender Strahlung. Stuttgart: Teubner, 1990.

Wolfgang Petzold und Hanno Krieger: Strahlenphysik, Dosimetrie und Strahlenschutz. Bd. 1: Grundlagen. Stuttgart: Teubner, 4. Aufl. 1998.

Josef Lissner (Hrsg.): Radiologie. Bd. 1: Harald Feist: Lehrbuch für den 1. klinischen Studienabschnitt. Stuttgart: Enke, 4. Aufl. 1992.

C) Motivation

Dieser Versuch soll die unterschiedliche Wechselwirkung *geladener Teilchen* (hier α - und β -Strahlen) und *nicht geladener ionisierender Strahlung* (hier γ -Strahlen) mit Materie zeigen. Es wird sich herausstellen, daß man eine Strahlung geladener Teilchen am besten durch ihre „Reichweite“ in dem Absorbermaterial, die Schwächung von γ -Strahlung jedoch durch den „linearen Schwächungskoeffizienten“ μ oder den Massenschwächungskoeffizienten μ/ρ charakterisieren kann. Die Reichweite bzw. Schwächung der beiden Strahlenarten ist stark von der Ordnungszahl der durchstrahlten Materieschicht abhängig.

D) Grundlagen

1. Elementare Teilchen und Wechselwirkungen, radioaktive Zerfälle und Strahlungsarten

Wie wir in Versuch 41 erfahren haben, bestehen Atome (Durchmesser ca. 10^{-10} m) aus einem kleinen Kern (Durchmesser ca. 10^{-15} m bis 10^{-14} m) und der Atomhülle, in der sich die Elektronen aufhalten. Die Elektronen sind nach dem heutigen Stand

des Wissens elementare Teilchen mit negativer Ladung vom Betrag der Elementarladung e . Der Atomkern dagegen setzt sich aus positiv geladenen Protonen (Ladung e , 1836 mal schwerer als ein Elektron) und elektrisch neutralen Neutronen (1838 mal schwerer als ein Elektron) zusammen. Protonen und Neutronen werden zusammenfassend als Nukleonen (Kernbausteine) bezeichnet. (Protonen und Neutronen ihrerseits sind wiederum aus jeweils 3 Quarks aufgebaut.)

Die Anzahl der Nukleonen eines Atoms bzw. Kerns wird durch die *Massenzahl* A angegeben. Diese schreibt man links oben neben das Elementsymbol. Die *Kernladungszahl* oder *Ordnungszahl* Z gibt die Zahl der Protonen im Kern (und bei neutralen Atomen somit auch die Zahl der Elektronen in der Hülle) an, sie ist charakteristisch für ein Element und wird links unten neben das Elementsymbol geschrieben. Ebenso redundant und zudem etwas unüblich ist die Angabe der *Neutronenzahl* N , die man dann rechts oben neben das Elementsymbol schreibt. Die Neutronenzahl kann als Differenz $N = A - Z$ aus Massen- und Kernladungszahl bestimmt werden.

Ein Beispiel für die Nomenklatur sei anhand des Kohlenstoff-Isotops C-14 gegeben: $^{14}_6\text{C}$ bedeutet, daß Kohlenstoff (C) die Ordnungszahl 6 hat, und beim vorliegenden Isotop haben wir 14 Nukleonen und somit 8 Neutronen.

Von einem chemischen Element kann es verschiedene Isotope geben, da für die chemischen Reaktionen die Atomhülle und somit nur Z entscheidend ist, während die Zahl der Neutronen hierfür gleichgültig ist. Es gibt also mehr Nuklide (d.h. Atomkernarten, charakterisiert durch Protonen- und Neutronenzahl) als chemische Elemente (charakterisiert durch Protonenzahl). Nuklide gleicher Protonen-, aber unterschiedlicher Neutronenzahl werden, wie eben erwähnt, *Isotope* genannt. Nuklide gleicher Neutronenzahl, aber unterschiedlicher Protonenzahl heißen *Isotone*. Und Nuklide gleicher Massenzahl nennt man *Isobare*. In einer sogenannten Nuklidkarte werden alle Atomkernarten verzeichnet, wobei nach rechts die Neutronenzahl N und nach oben die Protonenzahl Z aufgetragen wird.

In der Natur gibt es 4 *elementare* Wechselwirkungen:

1. die *Gravitation*, die auf alle massebehafteten Körper wirkt. (Allerdings ist sie die schwächste all dieser Wechselwirkungen und spielt daher im Bereich der Atome praktisch keine Rolle.)

2. die *elektromagnetische Kraft*, die auf elektrische Ladungen wirkt.

Im Atom kommen weitere Wechselwirkungen hinzu:

3. die *starke Wechselwirkung* oder starke (Kern)kraft, welche auf die Quarks wirkt; sie hält also die Nukleonen in sich zusammen. Was von der starken Wechselwirkung nach außen hinaus aus einem Nukleon ‚durchschimmert‘, reicht aus, um die Nukleonen untereinander – auch gegen die elektrostatische Abstoßung der einzelnen Protonen – zusammenzuhalten.

4. die *schwache Wechselwirkung* oder schwache (Kern)kraft; sie ist dafür verantwortlich, daß sich einzelne Quarksorten ineinander umwandeln und somit (unter Aussendung weiterer Teilchen) aus Protonen Neutronen werden oder umgekehrt (β -Zerfall).

Nicht alle Nuklide sind stabil, einige sind radioaktiv, d.h. sie wandeln sich oh-

ne äußere Einwirkung unter Aussendung von Strahlung um. Es gibt verschiedene radioaktive Zerfallsarten und auch verschiedene Arten von radioaktiver Strahlung:

α -Zerfall: Hierbei emittiert der Kern ein α -Teilchen, das ist ein Helium-Kern. **α -Strahlung** besteht also aus Helium-Kernen, welche bekanntlich aus 2 Protonen und 2 Neutronen aufgebaut sind. Bei einem α -Zerfall verringert sich somit die Massenzahl des zerfallenden Kerns um 4 und seine Protonen- wie auch seine Neutronenzahl um jeweils 2.

β -Zerfall: Beim β^- -Zerfall wandelt sich ein Neutron im Kern in ein Proton um. Dabei entsteht außerdem ein Elektron (dieses wird also im *Kern* erst *erzeugt*!) sowie ein weiteres Teilchen (genannt Elektron-Antineutrino), die beide den Kern verlassen. Dadurch vergrößert sich beim β^- -Zerfall die Kernladungszahl um 1, die Neutronenzahl erniedrigt sich um 1, und die Massenzahl bleibt gleich. Bei **β^- -Strahlung** handelt es sich um die so erzeugten schnellen Elektronen. Außerdem gibt es auch noch den β^+ -Zerfall, bei dem sich ein Proton in ein Neutron, ein Positron (dieses stellt die **β^+ -Strahlung** dar) und ein weiteres Teilchen (Elektron-Neutrino) umwandelt, wobei die letzten beiden wiederum den Kern verlassen.

γ -Zerfall: Beim γ -Zerfall‘ handelt es sich nicht um die Umwandlung eines Nuklids in ein anderes, sondern um den Übergang von einem *angeregten Zustand* eines Nuklids in einen energetisch niedrigeren Zustand *desselben* Nuklids. Denn so wie die Elektronen in der Hülle verschiedene Energiezustände besetzen können (Grundzustand und angeregte Zustände in den weiter außen liegenden Schalen, siehe V 41), so hat auch der Atomkern verschiedene mögliche Energiezustände. Die Energiedifferenz zwischen den beiden Niveaus wird in Form von elektromagnetischer Strahlung freigesetzt. Da aber die Bindungsenergie in den Kernen viel größer ist als die Bindungsenergie in der Elektronenhülle (es heißt nicht umsonst „starke Wechselwirkung“), sind auch die Energiedifferenzen und somit die Frequenzen der entstehenden Strahlung viel höher als bei der Elektronenhülle. Die vom Kern ausgesandte elektromagnetische Strahlung ist also hochenergetisch (Quantenenergie oberhalb einiger keV) und wird als **γ -Strahlung** bezeichnet. Wie das Linienspektrum der Atome, so ist auch das γ -Spektrum diskret, da nur bestimmte Energieniveaus für den Kern erlaubt sind.

2. Das Zerfallsgesetz

Der radioaktive Zerfall erfolgt statistisch, d.h. zufällig. Man kann lediglich für die *im statistischen Mittel* pro Zeiteinheit zerfallenden Kerne ein Gesetz angeben, das sogenannte Zerfallsgesetz. Man kann sich vorstellen, daß umso mehr Strahlung ausgesandt wird, je mehr radioaktive Kerne vorhanden sind. Wenn man als Maß für die Menge der ausgesandten Strahlung die Anzahl der Zerfälle pro Zeiteinheit – also die sogenannte *Aktivität* – wählt, dann ist diese somit proportional zur Anzahl N der noch nicht zerfallenen Kerne. Die Aktivität ist andererseits aber gerade das Negative

der Änderungsrate der Anzahl der nicht-zerfallenen Kerne, $-\frac{dN}{dt}$. Daher ist also

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda \cdot N . \quad (1)$$

λ heißt *Zerfallskonstante* oder *Zerfallswahrscheinlichkeit*. Diese Differentialgleichung hat die Lösung

$$\boxed{N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t}} , \quad (2)$$

was als **Zerfallsgesetz** bezeichnet wird. N_0 stellt hier die Anzahl der Kerne zum Zeitpunkt 0 dar. **Die Zahl der noch nicht zerfallenen Kerne nimmt also exponentiell mit der Zeit ab.**

Durch Differenzieren der Gleichung (2) erhalten wir die Abhängigkeit der **Aktivität** $A = -\frac{dN}{dt}$, also der Zahl der Zerfälle pro Sekunde, von der Zeit:

$$A(t) = -\frac{dN(t)}{dt} = \lambda \cdot N(t) = \lambda \cdot N_0 \cdot e^{-\lambda t} = A_0 \cdot e^{-\lambda t} , \quad (3)$$

wobei wir die Aktivität A_0 zum Zeitpunkt $t = 0$ eingeführt haben. Also verringert sich nicht nur die Zahl der ursprünglichen Nuklide, sondern auch die Aktivität exponentiell mit der Zeit.

Die Zeit, in der die Hälfte der Kerne zerfallen sind, wird **Halbwertszeit** $T_{1/2}$ genannt. Aus Gleichung (2) kann man ableiten, daß die Halbwertszeit mit der Zerfallskonstante über die Beziehung

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \quad (4)$$

zusammenhängt.

3. Abstandsgesetz

Wie für jede Art von Strahlung nimmt auch für radioaktive Strahlung deren Intensität, d.h. deren (zeitlich gemittelte) Energie pro Zeit und Fläche, mit dem Quadrat des Abstandes r von einer punktförmigen Quelle ab:

$$\boxed{I \sim \frac{1}{r^2}} . \quad (5)$$

4. Intensität und Zählrate

Unter der **Intensität** I von Strahlung versteht man allgemein die (im zeitlichen Mittel) senkrecht durch eine Fläche tretende Energie pro Zeit und pro Fläche:

$$I = \frac{E}{t \cdot A} . \quad (6)$$

Die **Zählrate** n ist der Quotient aus der Anzahl N der Zählereignisse („Counts“) und der Zeit t , während der diese gezählt werden:

$$n = \frac{N}{t} . \quad (7)$$

Die Zählrate hat gegenüber der Anzahl der Zählereignisse den Vorteil, daß damit Messungen unterschiedlicher Meßzeit verglichen werden können.

Die Zählrate n und die Intensität I von Strahlung sind einander proportional. Denn wenn wir der Einfachheit halber von monochromatischer Strahlung ausgehen, so daß jedes Quant der Strahlung die gleiche Energie E_Q hat, dann ist die Intensität der Strahlung

$$I = \frac{E}{t \cdot A} = \frac{N \cdot E_Q}{t \cdot A} = \frac{N}{t} \cdot \frac{E_Q}{A} = n \cdot \frac{E_Q}{A} . \quad (8)$$

5. Wechselwirkung geladener Teilchen (α - und β -Strahlen) mit Materie

Beim Durchgang von α - und β -Strahlung (Helium-Kerne bzw. Elektronenstrahlen) durch Materie können sich die folgenden Wechselwirkungen ereignen:

1. Elastische Streuung
2. Anregung und Ionisation
3. Bremsstrahlungserzeugung

Elastische Stöße sind dadurch gekennzeichnet, daß bei ihnen die Summe der *kinetischen* Energien der Stoßpartner erhalten bleibt, was bei inelastischen Stößen nicht der Fall ist. In jedem Falle aber gelten die Erhaltungssätze für die *gesamte* Energie und den Impuls. Während es sich bei der elastischen Streuung, wie der Name schon sagt, um elastische Stoßprozesse handelt, sind die unter 2. und 3. angeführten Prozesse Anregung und Ionisation sowie Bremsstrahlungserzeugung inelastisch.

Elastische Streuung: Bei der elastischen Streuung von

β -Strahlen, also hochenergetischen *leichten* geladenen Teilchen, handelt es sich fast ausschließlich um elastische Zusammenstöße der Elektronen mit den *Atomkernen*. Auf Grund des großen Massenunterschieds zwischen dem stoßenden und dem gestoßenen Teilchen wird fast keine kinetische Energie übertragen, die Elektronen ändern dabei nur ihre Richtung und scheiden dadurch aus dem Primärstrahl aus.

α -Strahlen, d.h. von hochenergetischen *schweren* geladenen Teilchen, wird bei jedem der Zusammenstöße viel kinetische Energie auf den Stoßpartner übertragen, da die zusammenstoßenden Teilchen größenordnungsmäßig dieselbe Masse haben. Wie die Elektronen ändern sie dabei ihre Richtung und scheiden aus dem Primärstrahl aus.

Anregung und Ionisation: Unter Anregung und Ionisation versteht man, daß die Hüllenelektronen des Absorbermaterials entweder auf ein höheres Energieniveau gehoben werden, oder daß hinreichend viel Energie auf die Hüllenelektronen übertragen wird, so daß die Atome des Absorbers ionisiert werden. Die

geladenen Teilchen des Primärstrahls³³ erleiden entsprechende (inelastische) Energieverluste. Mit dieser Abbremsung ist auch noch eine Richtungsänderung der α - bzw. β -Teilchen verbunden.

Bremsstrahlung: Energieverluste (und Richtungsänderungen) der Elektronen des Primärstrahls können auch auftreten, wenn sie nahe an einem Atomkern vorbeifliegen und im Coulomb-Feld des Kerns abgelenkt und eventuell bis zur Ruhe abgebremst werden. Jedes einfallende Teilchen kann bei diesem Prozeß einen beliebigen Energiebetrag von null bis zu seiner gesamten kinetischen Energie als (Röntgen-) Photon emittieren. Die maximale Photonenenergie bei diesem Prozeß ist also:

$$h f_{\max} = E_{\max, \text{ Photon}} = E_{\text{kinetisch, Elektron}} \quad (9)$$

Auf solchen Bremsstrahlungsprozessen beruht z.B. das kontinuierliche Energiespektrum von Röntgenröhren (vgl. Versuch 43). Die Wahrscheinlichkeit, daß ein Elektron ein Bremsstrahlungsquant erzeugt, nimmt mit Z^2 , also dem Quadrat der Ordnungszahl des Absorbermaterials, zu (man wird aus diesem Grund die Anode einer Röntgenröhre aus einem Material mit hohem Z herstellen).

Wegen der im Vergleich zu Elektronen großen Masse der α -Teilchen haben sie bei gleicher kinetischer Energie eine wesentlich geringere Geschwindigkeit. Die Erzeugung von Bremsstrahlung ist bei hohen Geschwindigkeiten der geladenen Teilchen, wie sie bei Elektronen schon bei Energien im keV-Bereich vorliegen, wesentlich wahrscheinlicher als bei den bei gleicher kinetischer Energie wesentlich langsameren α -Teilchen. Deshalb ist die Erzeugung von Bremsstrahlung bei α -Teilchen von 5 MeV im Vergleich zu Elektronen praktisch zu vernachlässigen.

5.1 Reichweite von α - und β -Strahlen

Im Prinzip können alle drei genannten Wechselwirkungen die β -Strahlen beim Durchgang durch materieerfüllten Raum ablenken und schwächen. Die Zahl der Stöße für Teilchen mit Energien der Größenordnung MeV beträgt im allgemeinen über 10 000. Man hat es also mit statistischen Prozessen zu tun. Für jedes Teilchen wird sich der Weg durch die Materie statistisch in verschiedener Weise aus den obengenannten Einzelprozessen zusammensetzen. Daraus ergibt sich auch, daß die Reichweiten der einzelnen Elektronen in der Materie ganz unterschiedlich sein können. Unter Umständen kann das Elektron, wie im Fall der Bremsstrahlungserzeugung, bei einem einzelnen Streuakt seine gesamte Energie verlieren. Dennoch kann man für eine Vielzahl von Elektronen, die durch eine Materieschicht gehen, eine Reichweite definieren:

Üblicherweise wird diejenige Schichtdicke d_{\max}^{β} als Reichweite definiert, in der 98 % der β -Strahlen ihre gesamte Energie verloren haben.

³³In unserem Experiment haben die β -Strahlen Energien bis zu 1,18 MeV.

Für α -Teilchen gilt das im letzten Abschnitt Gesagte sinngemäß. Wegen ihres bei der elastischen Streuung sehr hohen Energieübertrags auf die streuende Materie geben α -Teilchen ihre gesamte Energie in sehr viel dünneren Materieschichten ab (vgl. dazu die in Tabelle 1 im Versuch 43 angegebene lineare Energieübertragung), haben also im Vergleich zu β -Strahlen eine wesentlich geringere Reichweite.

6. Wechselwirkung von Photonen (Röntgen- und γ -Strahlen) mit Materie

Beim Durchgang eines γ -Strahls durch Materie können sich die folgenden Prozesse ereignen, die zur Schwächung der Intensität des Primärstrahls führen:

1. klassische Streuung (σ_k)
2. Photoeffekt (τ)
3. Comptoneffekt (σ_C)
4. Paarbildung (κ)

Klassische Streuung: Wenn beim Stoß eines Lichtquants (Photons) mit einem gebundenen Hüllenelektron der Rückstoß vom gesamten Atom aufgenommen wird, verbleibt das Elektron in seiner Schale und wird zusammen mit anderen Elektronen zu kollektiven Schwingungen angeregt. Die schwingenden Elektronen senden nun ihrerseits ein Photon derselben Energie wie des absorbierten Photons aus, aber im allgemeinen in eine andere Richtung. Bei der klassischen Streuung wird also das Photon aus der Primärstrahlrichtung abgelenkt und geht somit ‚verloren‘.

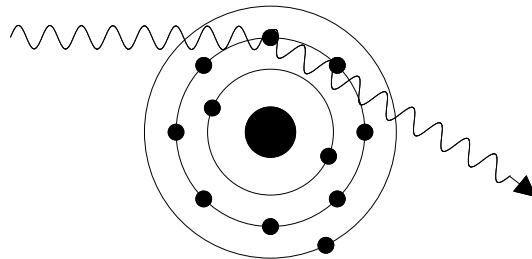


Abb. 1: Klassische Streuung

Der Massenschwächungskoeffizient (siehe nächster Abschnitt) durch klassische Streuung, σ_k/ρ , hat näherungsweise eine Abhängigkeit von der Photonenenergie E_γ (im Bereich $10 \text{ keV} \leq E_\gamma \leq 20 \text{ keV}$) sowie von der Kernladungszahl Z und der Massenzahl A des Absorbermaterials derart:

$$\sigma_k/\rho \sim \frac{Z^{2,5}}{A} 1/E_\gamma^2 \quad (10)$$

Maximal 10 bis 15 % des Photonenstrahlbündels wird durch die klassische Streuung abgeschwächt.

Photoeffekt: Beim Photoeffekt überträgt das Photon seine gesamte Energie auf ein Atom, das daraufhin ein Elektron (das sog. Photoelektron) emittiert. Die

kinetische Energie dieses Elektrons entspricht dem Differenzbetrag zwischen der Bindungsenergie des abgelösten Elektrons und der Energie des Photons. Für niedrige Photonenenergien ($\leq 50 \text{ keV}$ bei Weichteilgewebe) wird die Schwächung der Röntgenstrahlung vorwiegend durch Photoeffekt verursacht.

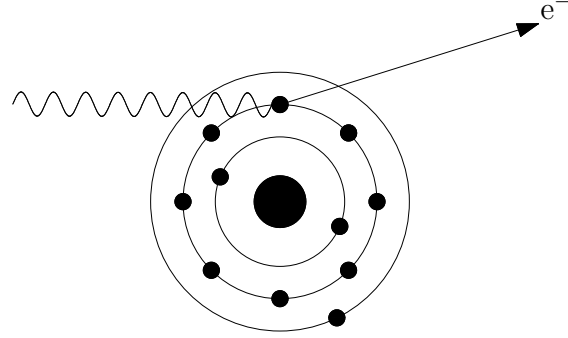


Abb. 2: Photoeffekt

Die E_γ -, Z - und A -Abhängigkeit des Massenschwächungskoeffizienten durch Photoeffekt, τ/ρ , lautet näherungsweise:

$$\tau/\rho \sim \frac{Z^4}{A} 1/E_\gamma^3 \quad (11)$$

Comptoneffekt: Unter Comptonstreuung versteht man den elastischen Zusammenstoß eines Photons mit einem quasifreien Elektron. Das Photon überträgt dabei – analog zum elastischen Zusammenstoß zweier Kugeln ungleicher Masse – einen Teil seiner Energie auf ein Elektron, welches dann das Atom verläßt, das Atom wird also ionisiert.

Die Energie E_x der gestreuten Strahlung ist nach der Wechselwirkung um den auf das Elektron übertragenen Energiebetrag E_k niedriger. Nach dem Energiesatz gilt:

$$E_x = E_\gamma - E_k, \quad (12)$$

wobei E_γ die Quantenenergie des primär einfallenden Photons ist.

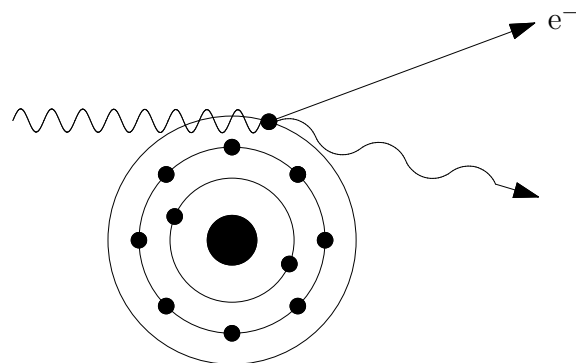


Abb. 3: Comptoneffekt

Zwischen 0,2 und 10 MeV ist die E_γ -, Z - und A -Abhängigkeit des Massenschwächungskoeffizienten durch Comptonstreuung, σ_C/ρ , näherungsweise:

$$\sigma_C/\rho \sim \frac{Z}{A} 1/E_\gamma^{1/2} \quad (13)$$

Paarbildung: Ab einer Quantenenergie von ca. 1,1 MeV wird ein weiterer Prozeß, die Paarbildung, möglich. Dabei entsteht aus einem Photon im Coulomb-Feld eines Atomkerns ein Elektron-Positron-Paar. Das Positron ist das Antiteilchen des Elektrons und hat dieselben Eigenschaften (Masse) wie das Elektron, bis auf die entgegengesetzte Ladung ($+e$). Die Summe der Ruheenergien³⁴ der beiden entstandenen Teilchen beträgt $2 \cdot 511 \text{ keV} = 1,022 \text{ MeV}$. Deshalb ist dieser Prozeß nur bei Photonenenergien, die diesen Wert übersteigen, möglich. Für große Photonenenergien (ab etwa 60 MeV bei Elementen mit niedrigem Z) ist die Schwächung der Röntgenstrahlung in erster Linie auf Paarbildung zurückzuführen.

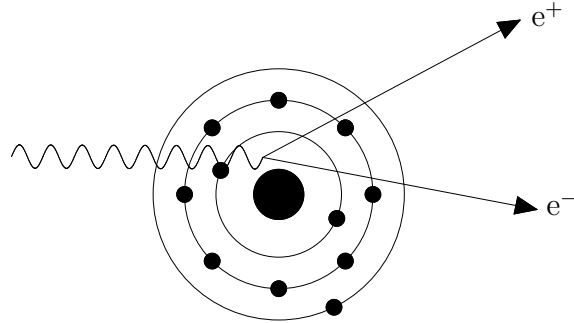


Abb. 4: Paarbildung

Die E_γ -, Z - und A -Abhängigkeit ($E_\gamma \geq 1,022 \text{ MeV}$) des Massenschwächungskoeffizienten durch Paarbildung, κ/ρ , lautet näherungsweise:

$$\kappa/\rho \sim \frac{Z^2}{A} \log(E_\gamma) \quad (15)$$

6.1 Das Schwächungsgesetz für elektromagnetische Strahlung wie Licht, Röntgen- und γ -Strahlung

Das Schwächungsgesetz³⁵ für elektromagnetische Strahlung besagt, daß monoenergetische Strahlung in gleichen (infinitesimalen) Schichtdicken um den gleichen Bruchteil μ geschwächt wird, d.h.:

$$\frac{dI}{I} = -\mu \cdot dx \quad (16)$$

dx ist die (infinitesimale) Dicke der Materieschicht, und μ bezeichnet man als den **linearen Schwächungskoeffizienten**.

Für endliche Schichtdicken x erhält man die durchgelassene Intensität $I(x)$ bei einer Primärintensität I_0 der elektromagnetischen Strahlung aus dem Integral der Gleichung (16) zu:

$$\boxed{I(x) = I_0 \cdot e^{-\mu \cdot x}}. \quad (17)$$

³⁴Die Relation

$$\boxed{E = m \cdot c^2} \quad (14)$$

(c ist die Lichtgeschwindigkeit) gewinnt hier in Kombination mit der Beziehung zwischen der Frequenz f und der Energie E eines Lichtquants $E = h \cdot f$ (h ist das Plancksche Wirkungsquantum) an Leben: Aus einem Lichtquant der Frequenz f können 2 (wegen Ladungserhaltung) Masseteilchen mit der Masse m entstehen und umgekehrt.

³⁵Man nennt es auch Lambert-Beersches Gesetz.

Oder, wenn statt der Schichtdicke x die Flächenmasse (auch Massenbelegung, flächenbezogene Masse, Flächenbelegung oder Massenbedeckung genannt) $D = \frac{m}{A} = \rho \cdot x$ (Einheit: g/cm^2) und entsprechend anstelle des linearen Schwächungskoeffizienten der Massenschwächungskoeffizient μ/ρ (Einheit: cm^2/g) eingeführt wird:

$$I(D) = I_0 \cdot e^{-(\mu/\rho) \cdot D} \quad (18)$$

Diejenige Schichtdicke, bei der die Intensität der Strahlung auf die Hälfte zurückgegangen ist, wird **Halbwertsschichtdicke** oder kurz **Halbwertsdicke** $d_{1/2}$ genannt. Sie hängt mit dem linearen Schwächungskoeffizienten μ über die zu Gl. (4) analoge Beziehung

$$d_{1/2} = \frac{\ln 2}{\mu} \quad (19)$$

zusammen.

Die Einzelanteile der oben aufgelisteten Prozesse an der Gesamtschwächung der Strahlung werden durch Koeffizienten gekennzeichnet: den klassischen Streukoeffizienten σ_k , den Photokoeffizienten τ , den Comptonkoeffizienten σ_C und den Paarbildungskoeffizienten κ . Die gesamte resultierende Schwächung wird durch die Summe dieser Koeffizienten, den linearen Schwächungskoeffizienten μ gekennzeichnet:

$$\mu = \sigma_k + \tau + \sigma_C + \kappa \quad (20)$$

Der Beitrag, den die einzelnen Anteile zum linearen Schwächungskoeffizienten liefern, ist von der Energie der γ -Strahlung und von der Ordnungszahl Z der durchstrahlten Materie abhängig (siehe vorangehender Abschnitt). Aus der folgenden Abb. 5 ist ersichtlich, daß (in Blei, also bei hoher Ordnungszahl Z) für γ -Strahlung mit einer Quantenenergie bis etwa 500 keV der Hauptanteil der Schwächung durch den Photoeffekt, über 10 MeV jedoch durch Paarbildung verursacht wird.

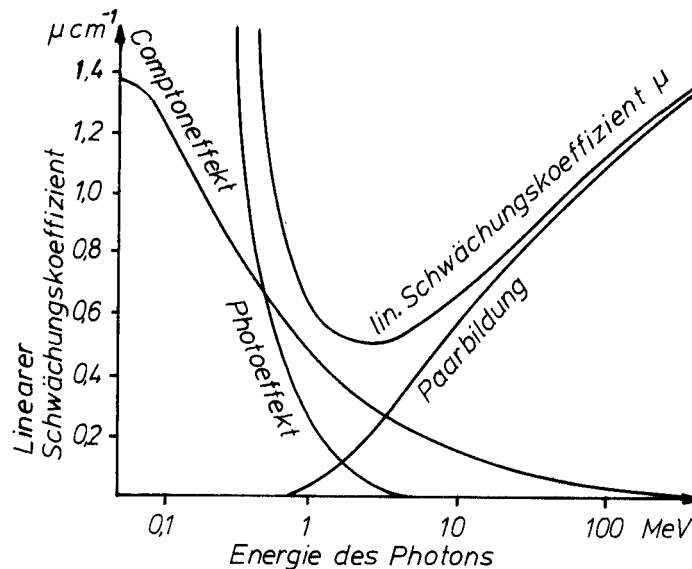


Abb. 5: Energieabhängigkeit der einzelnen Anteile des linearen Schwächungskoeffizienten in Abhängigkeit von der Photonenenergie für Blei ($Z = 82$)

Der klassische Streukoeffizient σ_k spielt bei den in Abb. 5 betrachteten Quantenenergien keine Rolle. Er ist nur bei sehr weicher (d.h. niederenergetischer) Strahlung von Bedeutung.

7. Nachweis von β - und γ -Strahlung mit dem Geiger-Müller-Zählrohr

7.1 Aufbau

Ein Zählrohr (Abb. 6) besteht im wesentlichen aus zwei Elektroden – einem zumeist zylindrischen Rohr und einem in der Achse des Rohres aufgespannten Draht – und ist mit Gas von vermindertem Druck, meist einem Edelgas mit einem Zusatz einer organischen Verbindung, gefüllt. Zwischen Rohr (–) und Draht (+) wird eine regulierbare Gleichspannung angelegt.

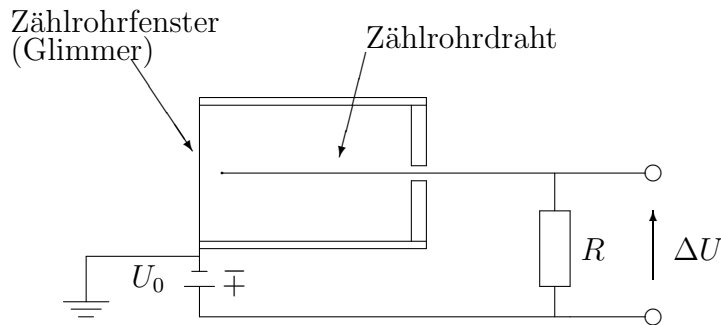


Abb. 6: Schematischer Aufbau eines Geiger-Müller-Zählers

7.2 Nachweis geladener Teilchen mit dem Zählrohr

Ein *geladenes* Teilchen, das durch ein dünnes Fenster (meist Glimmer oder Kunststoff) in das Zählrohr gelangt, erzeugt durch Ionisation der Atome des Füllgases freie Elektronen und Ionen, deren Gesamtladung seiner an das Zählgas abgegebenen Energie proportional ist. In dem angelegten elektrischen Feld wandern die Elektronen auf den Draht und die Ionen auf die Rohrwand zu. Dabei erzeugen sie bei inelastischen Zusammenstößen mit den Füllgasatomen weitere Elektron-Ion-Paare und angeregte Gasatome. Die angeregten Gasatome senden Licht aus. Dieses Licht wiederum löst Sekundärelektronen an der Zählrohrwand aus. Die auf diese Art erzeugte Ladungsträgerlawine fließt über den Widerstand R ab und erzeugt an ihm einen Spannungsimpuls, der etwa folgenden zeitlichen Verlauf hat:

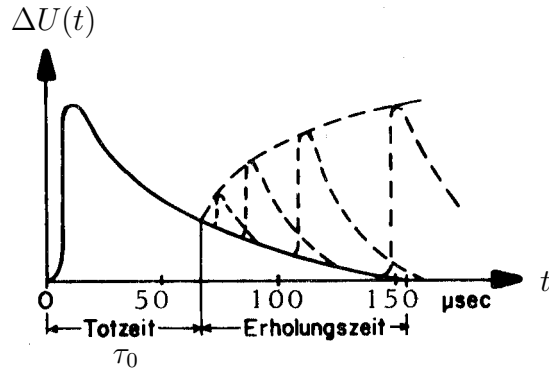


Abb. 7: Zeitlicher Verlauf von Zählrohrimpulsen

7.3 Totzeit

Solange dieser Spannungsimpuls noch nicht weit genug abgeklungen ist, kann im Zählrohr kein weiteres Teilchen nachgewiesen werden. Man spricht von der Totzeit τ_0 . Treffen Teilchen in kürzeren Zeitabständen als τ_0 auf das Zählrohr, so werden sie nicht registriert. Teilchen, die während der Erholungszeit auf das Zählrohr fallen, erzeugen Impulse, die nur eine geringere Amplitude erreichen. Ob diese Teilchen gezählt werden, hängt von der Empfindlichkeit des verwendeten Zählers ab. Da der radioaktive Zerfall ein statistischer Prozeß ist, sind die Zeitabstände, in denen die β - und γ -Teilchen emittiert werden, willkürlich verteilt. Bei hohen Zählraten werden auch sehr kurze Zeitabstände häufig vorkommen. Wegen der Totzeit (τ_0) des Zählrohrs wird deshalb die tatsächlich gemessene Zählrate n_g zu niedrig ausfallen. Dies liegt daran, daß das Zählrohr quasi statt während der Meßzeit t nur während der Zeit $t - N_g \cdot \tau_0$ Teilchen detektieren konnte. Man erhält daher die wahre Zählrate n_w aus der gemessenen Zahl von Zählereignissen N_g bzw. der Zählrate n_g sowie der Totzeit τ_0 aus der Beziehung:

$$n_w = \frac{N_g}{t - N_g \cdot \tau_0} = \frac{n_g}{1 - n_g \cdot \tau_0} . \quad (21)$$

Bei den im Praktikum verwendeten Zählrohren ist die Totzeit ca. $60 \mu\text{s}$. Bei gemessenen Zählraten von mehr als 300 Impulsen je Sekunde ist also eine Totzeitkorrektur erforderlich.

7.4 Nachweis von γ -Strahlung im Zählrohr

Um im Zählrohr eine Ladungslawine auszulösen, muß im Zählrohrvolumen mindestens 1 Ladungsträger erzeugt werden. Im Fall von γ -Strahlung geschieht dies dadurch, daß die γ -Strahlen an der inneren Zählrohrwand durch Photoeffekt Sekundärelektronen erzeugen, die dann die notwendige Lawine auslösen. Da die Wahrscheinlichkeit, daß ein γ -Quant ein Sekundärelektron auslöst, nur 10^{-2} bis 10^{-3} beträgt, ist die Ansprechwahrscheinlichkeit eines Zählrohrs für γ -Quanten um diesen Faktor kleiner als für geladene Teilchen, d.h. ein Zählrohr ist für den Nachweis von γ -Quanten ungeeignet!

E) Versuchsdurchführung und -auswertung

Als Quelle, die β - und γ -Strahlung aussendet, wird in dem Versuch ein radioaktives Präparat verwendet, das aus dem Cäsiumisotop $^{137}_{55}\text{Cs}$ besteht. Dieses zerfällt auf zwei Arten in das stabile Bariumisotop $^{137}_{56}\text{Ba}$:

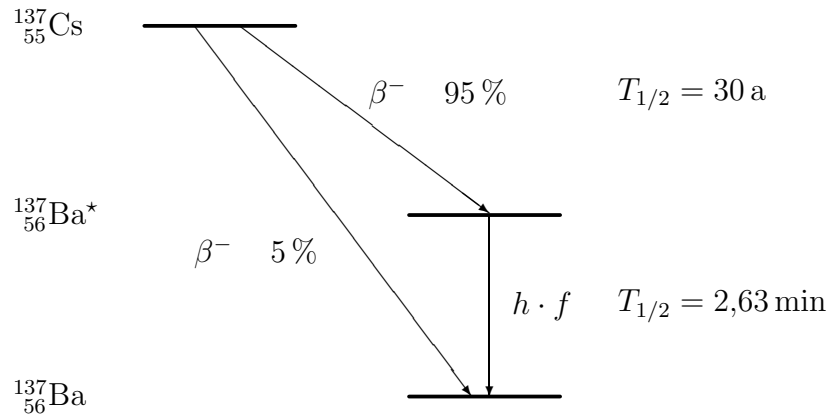


Abb. 8: Termschema des $^{137}_{55}\text{Cs}$

Beim direkten Zerfall liefert es β -Strahlen mit einer Maximalenergie von 1,18 MeV. Der Zerfall über das angeregte Bariumisotop $^{137}_{56}\text{Ba}^*$, der in 95 % der Zerfälle vorliegt, liefert β -Strahlen mit einer Maximalenergie von 0,52 MeV. Beim Übergang dieses Isotops in den stabilen Grundzustand wird γ -Strahlung mit einer Quantenenergie von 0,66 MeV frei. Die Halbwertszeiten der Zerfälle sind in der obenstehenden Abb. 8 als $T_{1/2}$ eingetragen.

Achtung: Bei der Versuchsdurchführung sind folgende Punkte zu beachten:

Beim Wechseln der Aluminium- bzw. Bleiplatten nie in die Meßkammer fassen (RADIOAKTIV!) und die Meßkammer sofort wieder mit dem Bleideckel verschließen (zur Abschirmung von Streustrahlung). Sollte sich eine der Platten verklemmen, benachrichtigen Sie den Assistenten.

Achten Sie darauf, daß die Zählrohrspannung am Gerät bei der Durchführung des Versuchs groß genug ist (ca. 600 V).

1. Messung der Reichweite der β -Strahlen und des linearen Schwächungskoeffizienten für γ -Strahlung in Aluminium

Zwischen Cs-Präparat und Geiger-Müller-Zählrohr werden unterschiedlich dicke Plättchen aus Aluminium eingebracht.

1.1 Messung: Machen Sie sich zunächst mit der Funktion der Stoppuhr vertraut. Messen Sie dann die Impulszahlen N_g , die Sie in 1 Minute erhalten, als Funktion der Aluminiumschichtdicke (0 bis 16 mm). Tragen Sie Ihre Meßwerte in eine Tabelle etwa der folgenden Form ein, wobei Sie die gemessene Zählrate n_g und die wahre Zählrate n_w erst bei der Auswertung berechnen müssen:

Schichtdicke x	N_g	Meßzeit t	$n_g = \frac{N_g}{t}$	$n_w = \frac{n_g}{1 - n_g \tau_0}$

Abb. 9: Meßwerttabelle:
 n_g : gemessene Zählrate
 n_w : wahre Zählrate (nach Durchführen der Totzeitkorrektur)

1.2 Aufgabe: Die wahre Zählrate n_w ist als Funktion der Schichtdicke auf halblogarithmischem Papier darzustellen, welches Sie von Ihrem Betreuer erhalten.

Sie erhalten ein Diagramm mit folgender Charakteristik:

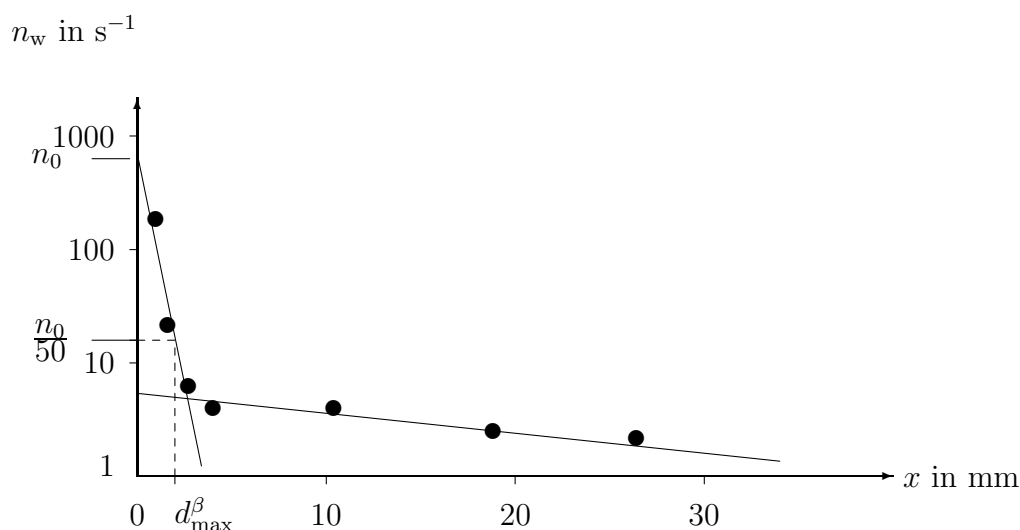


Abb. 10: Reichweite von β - und Absorption von γ -Strahlung

Erklärung: Der anfänglich steile Abfall rührt daher, daß die β -Strahlen durch dünne Aluminiumschichtdicken schon stark absorbiert werden. Die γ -Strahlen durchdringen diese Schichtdicken nahezu ungeschwächt.

1.3 Bestimmung der Reichweite d_{\max}^{β} (Al) von β -Strahlung in Aluminium: Aus der durch die Meßpunkte gezogenen steilen Geraden bestimme man durch Interpolation auf $n_0/50$ die Reichweite der β -Strahlen in Aluminium.

1.4 Bestimmung des linearen Schwächungskoeffizienten μ_{Al}^{γ} für γ -Strahlung in Aluminium: Aus der Steigung der flach abfallenden Ausgleichsgeraden berechne man den linearen Schwächungskoeffizienten μ und den Massenschwächungskoeffizienten μ/ρ für 0,66 MeV- γ -Strahlung in Aluminium. Die Dichte ρ von Aluminium beträgt 2,7 g/cm³.

1.5 Vergleich der Nachweiswahrscheinlichkeit des Zählrohrs für β - und γ -Strahlung: Aus dem Zerfallsschema des $^{137}_{55}\text{Cs}$ (Abb. 8) geht hervor, daß das Präparat nahezu dieselbe Anzahl von β -Teilchen und 0,66 MeV γ -Quanten emittiert, da der Zerfall zu 95 % über den angeregten Tochterkern $^{137}_{56}\text{Ba}^*$ erfolgt. Durch das Zählrohr werden, abgesehen von Zählverlusten durch die Totzeit, praktisch alle *geladenen* Teilchen nachgewiesen, die in das Zählrohrvolumen gelangen (Ansprechvermögen ≈ 1). Die Nachweiswahrscheinlichkeit für γ -Quanten ist wesentlich geringer, da fast alle Quanten das Zählrohrvolumen ohne Wechselwirkung durchdringen.

Bestimmen Sie aus dem in Versuchsteil 1 erhaltenen Diagramm das Ansprechvermögen des Zählrohrs für γ -Strahlen im Vergleich zu dem für β -Teilchen: Extrapolieren Sie dazu die Gerade für die Schwächung der γ -Strahlen bis zum Schnitt mit der y -Achse (Schichtdicke 0) und entnehmen Sie aus dem Diagramm so die ohne Absorber gemessenen Zählraten für γ -Quanten und β -Teilchen getrennt. Berechnen Sie daraus unter der Annahme, daß das Präparat gleich viele β -Teilchen und γ -Quanten emittiert, die Nachweiswahrscheinlichkeit für γ -Quanten verglichen mit der für β -Teilchen.

2. Messung des linearen Schwächungskoeffizienten für γ -Strahlung in Blei

2.1 Messung: Messen Sie die Zählrate n_g in 2 Minuten als Funktion der Schichtdicke (1 bis 30 mm). Wegen der kleinen Zählraten ist hier keine Totzeitkorrektur der Meßwerte erforderlich.

2.2 Aufgabe: Die Zählrate je Sekunde ist als Funktion der Schichtdicke wiederum auf halblogarithmischem Papier darzustellen.

2.3 Bestimmung der Halbwertsdicke $d_{1/2}^\gamma(\text{Pb})$ von Blei für γ -Strahlung: Bestimmen Sie aus dem Diagramm die „Halbwertsdicke“ $d_{1/2}$, d.h. die Bleischichtdicke, bei der die Zählrate auf die Hälfte abgesunken ist.

2.4 Bestimmung des linearen Schwächungskoeffizienten μ_{Pb}^γ für γ -Strahlung in Blei: Bestimmen Sie den linearen Schwächungskoeffizienten μ und den Massenschwächungskoeffizienten μ/ρ für Blei bei einer γ -Energie von 0,662 MeV. (Die Dichte von Blei ist $\rho_{\text{Pb}} = 11,34 \text{ g/cm}^3$.) Den linearen Schwächungskoeffizienten können Sie entweder wie in 1.4 aus der Steigung der Geraden oder aber mit Gleichung (19) aus der eben bestimmten Halbwertsdicke $d_{1/2}^\gamma(\text{Pb})$ erhalten.

Ein paar gute Tips für die Auswertung sind in der Einleitung Kap. 5. zusammengestellt.

F) Fragen

- 42.1 Welche Wechselwirkungen sind für die Bindungen Kern – Elektron bzw. Proton – Neutron verantwortlich?
- 42.2 Im Atomkern befinden sich Protonen und Neutronen. Die Protonen sind positiv geladen und stoßen sich folglich ab. Der Kern müßte auseinanderfliegen. Warum tut er das nicht?
- 42.3 Was versteht man unter α -, β -, γ -Strahlen?
- 42.4 Bei welchen Prozessen entstehen diese Strahlen, bzw. wie kann man sie erzeugen?
- 42.5 Wie unterscheiden sich die Reaktionsprodukte beim α -, β - und γ -Zerfall?
- 42.6 α - und γ -Strahlen aus radioaktiven Isotopen zeichnen sich dadurch aus, daß sie mit genau definierten Energien emittiert werden. Bei β -Strahlen beobachtet man im Gegensatz dazu, daß ihr Energiespektrum kontinuierlich ist. Warum ist dies so? Zeichnen Sie ein β -Spektrum schematisch auf.
- 42.7 Auf welche Weise können α -, β - und γ -Strahlung abgeschirmt werden? Was ist bei der Abschirmung von β -Strahlung im Hinblick auf die Entstehung von Bremsstrahlung zu beachten?
- 42.8 Erklären Sie das Zerfallsgesetz.
- 42.9 Eine Probe mit radioaktivem ^{137}Cs hat eine Aktivität von 10^5 Bq und eine Halbwertszeit von 30 a. Wieviel Gramm ^{137}Cs sind in der Probe enthalten?
- 42.10 Die ^{14}C -Methode wird verwendet, um eine Altersbestimmung bei biologischem Gewebe (z.B. Ötzi) durchzuführen. Lebendes Gewebe enthält radioaktives ^{14}C ($T_{1/2} = 5730$ a) in einer relativen Konzentration von $c_{\text{rel}}(t = 0) = 1,2 \cdot 10^{-12}$. Ein Knochenfund habe eine Konzentration von $c_{\text{rel}}(t) = 3,58 \cdot 10^{-13}$. Die Konzentration ist proportional zur Aktivität, d.h. es gilt dasselbe Exponentialgesetz wie für die Aktivität:

$$c(t) = c_0 \cdot e^{-\lambda t} \quad (22)$$

Wie lange ist das Lebewesen schon tot?

- 42.11 Was versteht man unter biologischer, was unter physikalischer Halbwertszeit?
- 42.12 Bei Inkorporation einer radioaktiven Substanz setzt sich die effektive Halbwertszeit aus biologischer und physikalischer Halbwertszeit zusammen. Es gilt:

$$\frac{1}{T_{\text{eff}}} = \frac{1}{T_{\text{phys}}} + \frac{1}{T_{\text{bio}}} \quad (23)$$

Das bei der Schilddrüsentherapie eingesetzte ^{131}J hat eine physikalische Halbwertszeit von 8,06 Tagen und eine biologische von 24 Tagen. Wie groß ist die effektive Halbwertszeit?

- 42.13 Was für eine funktionelle Abhängigkeit der Größe B von der Größe A liegt vor, wenn sich *bei halblogarithmischer Darstellung* (d.h. B wird logarithmisch und A linear aufgetragen) als Graph der Funktion eine Gerade ergibt?
- 42.14 Welche Auswirkungen haben α -, β - und γ -Strahlen auf biologisches Gewebe (unterschiedliche Gefährlichkeit)?
- 42.15 Zählen Sie 5 verschiedene Strahlungsarten auf und erläutern Sie deren unterschiedliche Gefährlichkeit für biologisches Gewebe.
- 42.16 In welchen Körperteilen werden die radioaktiven Isotope der folgenden Elemente eingelagert:
Cäsium, Strontium, Radon, Polonium, Radium, Jod?
- 42.17 Nennen Sie je ein charakteristisches Anwendungsbeispiel für α -, β - und γ -Strahlen in der Medizin.
- 42.18 Wie arbeitet ein Szintillationszähler? Welche Vorteile bietet dieser Zähler im Vergleich zum Zählrohr?
- 42.19 Was versteht man unter Szintigraphie? Welche Strahlenart verwendet man in der Szintigraphie? Warum? Verwendet man in der Szintigraphie Isotope, die eine besonders weiche oder eine harte Strahlung aussenden, um die Strahlenbelastung klein zu halten?