# 6. Die Grundgesetze der Physik

## Bewusstsein und Physik

In der Regel wird Physik als eine Beschreibung der unbelebten Natur aufgefasst. Folgt man jedoch den Ausführungen von Julian Jaynes über die Bildung von Bewusstsein, kann man Physik eher als eine mathematische Beschreibung der Bewusstwerdung von Weltinhalten sehen.

In der Physik wird die Exzerptierung oder Auslesebildung ins Extreme getrieben. Die Weltinhalte werden zu einzelne Punktmassen reduziert und zur Grundlage der Weltbeschreibung gemacht. Diese Punktmassen werden dann auch zu Gasen, Flüssigkeiten oder Festkörpern zusammengesetzt.

Die Spatialisierung oder Raumbildung erfolgt mathematisch in Koordinatensystemen. Die Punktmasse erhält zu einem bestimmten Zeitpunkt eine Position in diesem System.

Die zeitliche Ortsänderung der Punktmasse wird zu einer Bahnkurve narrativiert. Diese Beschreibt sozusagen die Geschichte der Punktmasse.

Damit alles in den mathematischen Rahmen passt oder zu ihm kompatibel ist, werden Einflüsse auf die Punktmasse, wie etwa Luftwiderstand oder die Wechselwirkung mit anderen Punktmassen vernachlässigt.

Physik beschreibt die Narration auf Grundlage der Reproduzierbarkeit oder Erkennbarkeit oder Objektivität des Phänomens. Unter gleichen Umständen muss die Flugbahn eines Steins gleich sein, egal von wem, wo oder wann sie beobachtet wird. Wäre dies nicht der Fall, wäre ein Wissen oder Bewusstsein über die Bewegung von Körpern nicht möglich.

Die Bewegung darf keinerlei Willkür enthalten, um mathematisch fassbar zu sein. Das bedeutet: ein Körper darf ohne Grund seinen Bewegungszustand nicht ändern. Er unterliegt einer Trägheit. Der Grund für Bewegungsänderungen wird in Kräften gesehen, der Impuls ändert sich proportional zur Kraft. Dies führt direkt zu Netwons Axiomen der klassischen Mechanik, zur Grundlagen der gesamten klassischen Physik.

Zu bemerken ist, dass Kräfte nicht direkt beobachtet werden. Beobachtet werden Änderungen der Bewegung, was Impulsänderungen gleich kommt. Die Forderung, dass diese keinerlei Willkür unterliegen dürfen bzw. objektiv sein müssen, erfordert eine Kontinuitätsgleichung für die entsprechenden Impulskomponenten. Diese Gleichungen sind die Feldgleichungen der Gravitationstheorie oder Elektrodynamik und legen die Form der Wechselwirkungen zwischen Massen und auch zwischen Ladungen genau fest. Dass gravitative und elektrische Kräfte umgekehrt proportional zum Abstandsquadrat sind, folgt genau daraus.

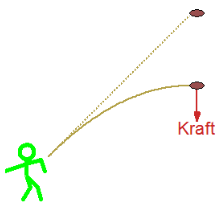


*Abbildung 6-1* *Um bewusstseinsfähig, oder strenger gesagt, mathematisch fassbar zu sein, darf die Bewegung eines Körpers keinerlei Willkür unterliegen. Ohne Grund darf sich ein Bewegungszustand nicht ändern. Als Grund für Bewegungsänderungen führt man mathematisch Kräfte ein - eine Bewegungsänderung ist proportional zur Kraft. So hängen Newtons Axiomen der Mechanik mit unserer Art, die Welt bewusst zu erleben, zusammen.*

## Raum und Zeit

### *Koordinatensystem oder Bezugssysteme*

In einem Koordinaten- oder Bezugssystem legt man Richtungen im Raum fest. Die Lage eines Punktes im Raum wird dann durch Koordinaten *x, y* und *z* beschrieben. Diese geben an, welche Strecke in jeder Richtung ausgehend vom Koordinatenursprung zum Punkt führt. Die Koordinaten fasst man zusammen zu einem

$$\text{Vektor:} \quad \vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \qquad (6\text{-}1)$$

Ein Koordinatensystem besteht aus Ursprung, Raumrichtungen und dem Maßstab oder der Skala auf den Achsen. Alle diese werden willkürlich gewählt, die Koordinaten $x, y, z$ hängen von dieser Willkür ab.

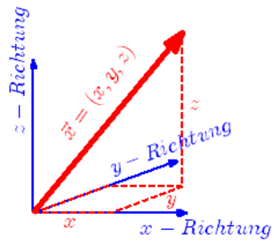


*Abbildung 6-2* *Ein Koordinatensystem besteht aus Ursprung, Raumrichtungen und Maßstäben auf den Raumrichtungen. Die Koordinaten x, y und z geben an, wie oft der Maßstab in der entsprechenden Richtung angelegt werden muss, um vom Ursprung zum Raumpunkt zu kommen*

### *Unabhängige oder invariante Größen*

Wegen der enthaltenen Willkür können physikalische Gesetzte grundsätzlich nicht auf Vektoren beruhen. Es müssen Ausdrücken gebildet werden, die frei von dieser Willkür sind, sogenannte skalare Ausdrücke, also einfache Zahlen, die unabhängig vom speziellen Bezugssystem sind. Dazu führt man das Skalarprodukt zwischen zwei Vektoren ein.

$$\text{Vektoren:} \quad \vec{r}_1 = \begin{pmatrix} r_{1,x} \\ r_{1,y} \\ r_{1,z} \end{pmatrix}, \quad \vec{r}_2 = \begin{pmatrix} r_{2,x} \\ r_{2,y} \\ r_{2,z} \end{pmatrix} \tag{6-2}$$

$$\text{Skalarprodukt:} \quad \vec{r}_1 \cdot \vec{r}_2 = r_{1,x} r_{2,x} + r_{1,y} r_{2,y} + r_{1,z} r_{2,z}$$

Das Skalarprodukt eines Vektors mit sich selber ist das Längenquadrat des Vektors. Das ergibt sich einfach nach dem Satz des Pythagoras. Die Koordinaten können als Seiten rechtwinkliger Dreiecke aufgefasst werden, die quadriert und summiert das Quadrat der Hypotenuse ergeben, also das Quadrat der Vektorlänge.

Das Skalarprodukt zwischen zwei Vektoren hängt mit dem Winkel zwischen den beiden Vektoren zusammen und mit ihren Längen. Winkel und Vektorlängen hängen nicht vom Bezugssystem ab.

Ein weiterer invarianter Ausdruck oder skalarer Ausdruck ist das Volumen, das aus drei Vektoren gebildet werden kann.

$$\text{Länge von Vektoren:} \quad r = \sqrt{\vec{r} \cdot \vec{r}} \tag{6-3}$$

$$\text{Winkel zwischen zwei Vektoren:} \quad \cos\varphi = \frac{\vec{r}_1 \cdot \vec{r}_2}{r_1 r_2}$$

$$\text{Volumen von drei Vektoren:} \quad V = Determinante\left(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3\right)$$

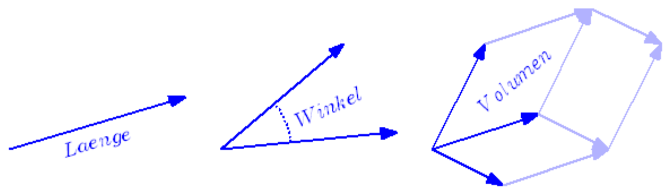


*Abbildung 6-3* *Invariante Ausdrücke aus Vektoren sind ihre Länge, die Winkel zwischen zwei Vektoren oder das aus drei Vektoren gebildete Volumen. Diese Größen sind frei von Willkür und geeignet für die Formulierung objektiver physikalischer Gesetze*

## Invarianz der Lichtgeschwindigkeit und die Struktur der Raumzeit

Bei der Beschreibung der physikalischen Raumzeit wird an erster Stelle die Kontextunabhängigkeit oder Invarianz der Lichtgeschwindigkeit berücksichtigt. Raum- und Zeitkoordinaten werden zu Vierervektoren zusammengefasst, deren Länge zwar von der Lichtgeschwindigkeit abhängt, nicht aber vom Bezugssystem.

Ein Lichtsignale wird erzeugt und legt nach der Zeit $t$ die Wegstrecke $c \cdot t$ zurück. Ein Punkt des Lichtsignals kann durch die Länge eines Vektors beschrieben werden.

$$\text{Vom Licht zurückgelegter Weg:} \quad (c \cdot t)^2 = x^2 + y^2 + z^2 \qquad (6\text{-}4)$$
$$\text{In einem anderen Bezugssystem:} \quad (c \cdot t')^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2$$

Die Koordinaten hängen von der Wahl des Bezugssystems ab, der Ausdruck gilt aber in jedem beliebigen. Vor allem ist in jedem Bezugssystem der Wert für die Lichtgeschwindigkeit $c$ gleich; dieser Wert hängt nicht vom Bezugssystem ab.

Diesen Zusammenhang kann man nun durch die Länge sogenannter Vierervektoren ausdrücken. Man verwendet dazu die imaginären Einheit $i$, mit $i^2 = -1$. Dem Ortsvektor eines Lichtpunktes fügt man eine weiter Komponente mit der Zeitkoordinaten $ict$, also $(ict)^2 = -c^2t^2$ hinzu. Vierervektoren der Länge 0 beschreiben dann in jedem Bezugssystem die Ausbreitung desselben Lichtsignals.

$$\text{Viererortsvektoren:} \quad \vec{r}^{(4)} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ ict \end{pmatrix}, \quad \vec{r}'^{4} = \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ ict' \end{pmatrix} \qquad (6\text{-}5)$$

$$\text{Längenquadrate:} \quad \left(\vec{r}^{(4)}\right)^2 = x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2t'^2 = \left(\vec{r}^{(4)\prime}\right)^2$$

$$\text{Für Lichtausbreitung:} \quad \left(\vec{r}^{(4)}\right)^2 = \left(\vec{r}'^{(4)}\right)^2 = 0$$

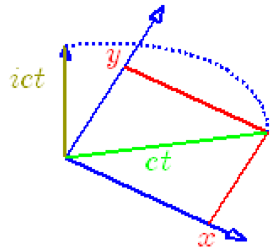


*Abbildung 6-4* *Das Lichtsignal legt in der Zeit t die Wegstrecke ct zurück. Den Lichtpunkt kann man auch mit den Koordinaten x und y beschreiben. Für die Beschreibung über eine invariante Vektorlänge fügt man dem Koordinatensystem eine weitere Achse hinzu und klappt die Strecke ct hoch auf diese Achse. Man versieht die ct-Koordinaten mit der imaginären Einheit i. Für die Lichtausbreitung hat dieser neue gebildete Vektor die Länge 0.*

### *Bewegung und Geschwindigkeit*

Im Rahmen der klassischen Physik bewegen sich Objekte durch eine kontinuierliche Ortsänderung mit der Zeit. Die zeitliche Änderung bezieht nun auch auf die Vierervektoren. Man bekommt die Vierergeschwindigkeit, deren Längenquadrat zu $-c^2$ berechnet wird.

$$\text{Vierergeschwindigkeit:} \quad \vec{v}^{(4)} = \frac{d\vec{r}^{(4)}}{d\tau} \qquad (6\text{-}6)$$

$\tau$: invariante Zeit

$$\text{Längenquadrat:} \quad \left(\vec{v}^{(4)}\right)^2 = -c^2$$

Invariante!

## Kraft, Impuls und Wirkung

Ich werfe einen Stein im fast homogenen Schwerefeld der Erde. Er bewegt sich auf einer Flugparabel. In seiner horizontalen Richtung behält er seine Geschwindigkeit bei, in seiner vertikalen Richtung ändert sich diese. Fliegt er nach oben, wird diese Geschwindigkeitskomponente immer kleiner, fliegt er nach unten, wird sie immer größer.

### *Kraft*

Ich beobachte diese gleichbleibenden oder sich ändernden Geschwindigkeitskomponenten unmittelbar. Zur mathematischen Beschreibung führt man eine Kraft ein, als mathematische Ursache für die Geschwindigkeitsänderung.

### *Impuls*

In der klassischen Mechanik bringt man den Impuls ganz anschaulich in Verbindung mit Masse mal Geschwindigkeit. Zunächst ist Impuls jedoch eine rein formale, dynamische Größe. Impulse gibt es auch in der Quantenmechanik, obwohl es da keine Geschwindigkeit gibt.

Je länger eine Kraft wirkt, umso größer ist der Impuls. Impuls ist Kraft mal Zeit.

$$\text{Impuls:} \quad \vec{p} = \int_{t_0}^{t} \vec{F} dt \qquad (6\text{-}7)$$

Impuls ist die grundlegende dynamische Größe der Mechanik. Sie fasst die Kräfte zusammen, die gewirkt haben - klassisch auf einen Körper und quantenmechanisch auf die abstrakte Wellenfunktion.

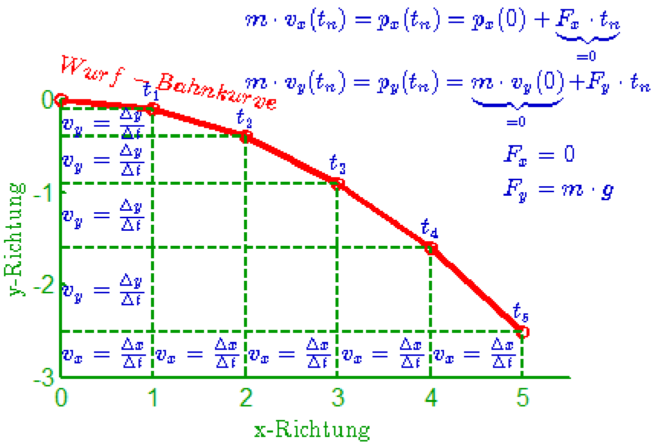


*Abbildung 6-5* *Die Position eines frei geworfenen Körpers kann zu konstanten Zeitabständen $t_1, t_2, \ldots$ gemessen werden. Die horizontale Position ändert sich dabei immer um die gleiche Strecke, in vertikaler Richtung wird die Positionsänderung immer größer. Dies führt man auf ein Kraft $F_y$=mg zurück. In jeder Richtung setzt sich der Impuls aus Anfangsimpuls und Kraft mal Zeit zusammen.*

### *Invarianz und Wirkung*

Der Körper hat im Allgemeinen in allen drei möglichen Basisrichtungen einen anderen Impuls; Impuls ist mathematisch gesehen ein Vektor. Die Komponenten hängen von der Wahl des Koordinatensystems ab und unterliegen somit deren Willkür. Die Formulierung der physikalischen Grundgesetzte muss jedoch frei von jeder Willkür sein. Daher führt man den Begriff der Wirkung ein als eine skalare Größe, gebildet aus dem Skalarprodukt zwischen Ortsvektor (genauer der Änderung des Ortsvektors) und dem Impulsvektor. Aus der räumlichen Änderung der Wirkung (ihrem Gradienten) ergibt sich dann der Impuls. Wirkung ist so etwas wie ein Potential des Impulses (siehe Anhang)

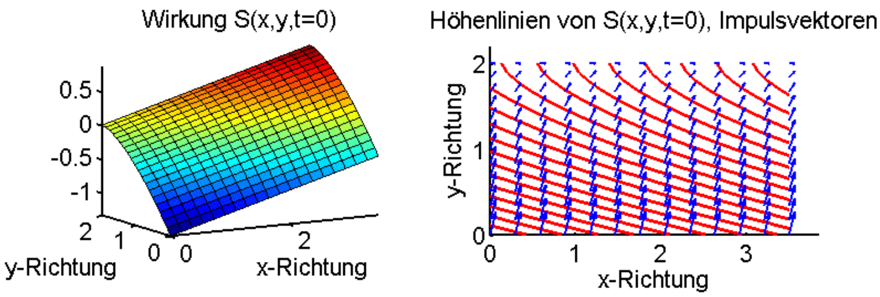


*Abbildung 6-6* *Links ist das Wirkungsfeld für den Wurf zu einem bestimmten Zeitpunkt dargestellt. In x-Richtung steigt es konstant an, der x- Impuls ist konstant. In y-Richtung hat es einen gekrümmten Verlauf, der Impuls nimmt konstant ab.*
*Rechts sind die Höhenlinien dieser Wirkung und Impulsvektoren gezeichnet. Die Impulspfeile stehen senkrecht auf den Höhenlininen. Bei y=2 ist der Körper an seinem Scheitelpunkt der Flugbahn.*

### *Viererimpuls*

Da der Ort bzw. die Ortszeit durch einen Vierervektor beschrieben werden muss, bekommt der Impuls ganz natürlich ebenfalls eine vierte Komponente. Es erweist sich, dass diese Komponente als Energie $E = \partial S / \partial t$ das zeitliche Verhalten dynamischer Prozesse bestimmt, so wie der Dreierimpuls das räumliche Verhalten bestimmt. Das gilt sowohl für die klassische Mechanik als auch für die Quantenmechanik.

Die Länge des Viererimpulsvektors ist wieder eine Zahl, die für jeden Beobachter gleich ist, sie ist eine Konstante oder Invariante. Da in der klassischen Mechanik Impuls gleich Masse mal Geschwindigkeit ist, kann man schon erraten, dass diese Konstante gleich der Ruhemasse eines Körpers mal Lichtgeschwindigkeit ist. Ruhemasse deshalb, weil die eigentliche Masse des Körpers von ihrer Relativbewegung zum Beobachter abhängt und deshalb im invarianten Längenquadrat nicht auftreten kann.

Die Länge des Viererimpulses stellte somit einen Zusammenhang her zwischen Impuls, Energie und Ruhemasse eines Körpers.

Änderung der Wirkung: $$dS = \vec{p}^{(4)} \cdot \underset{\substack{\text{Änderung}\\ \text{des Ortes}}}{d\vec{r}^{(4)}} \qquad (6\text{-}8)$$

Daraus Viererimpuls: $$\vec{p}^{(4)} = \vec{\nabla}^{(4)} S = \left( \frac{\partial S}{\partial x}, \frac{\partial S}{\partial y}, \frac{\partial S}{\partial z}, \frac{\partial S}{\partial ict} \right) = \left( \vec{p}, iE / c \right)$$

Längenquadrat: $$\left( \vec{p}^{(4)} \right)^2 = \vec{p}^{\,2} - \frac{E^2}{c^2} = \underset{\text{Ruhemasse}}{m_0^2} \left( \vec{v}^{(4)} \right)^2 = \underbrace{-m_0^2 c^2}_{\text{Imvariante}}$$

## Energie

### *Energiebegriff*

Für einen ruhenden Körper $\left( \vec{p} = 0 \right)$ erhält man aus der Länge des Viererimpulses sofort eine spezielle Form der

$$\text{Einsteinbeziehung: Energie} = \text{Ruhemasse} \times \text{Lichtgeschwindigkeit zum Quadrat} \qquad (6\text{-}9)$$
$$\text{oder:} \quad E = m_0 c^2$$

Diese Gleichung drückt die Äquivalenz von Energie und Masse aus und ist die Grundlage der Kernenergie und der Atombombe. Wir sehen hier, wie die Energie-Massen-Äquivalenz alleine aus der Notwendigkeit einer Kontextunabhängigkeit oder Invarianz der physikalischen Gesetze folgt.

*Energiesatz*

Die Länge des Viererimpulses beschreibt die Energie als kinetische Energie und Massenenergie. Beide sind konstant. Da keine Kräfte berücksichtigt sind, ändert sich nichts an der kinetischen Energie, Impuls und Energie sind konstant.

Dies wiederspricht jedoch meiner unmittelbaren Welterfahrung. Ich sehe Körper, die ihren Bewegungszustand ändern, etwa den Stein, der zu Boden fällt und dabei immer schneller wird.

Um dieses Phänomen in die formale Naturbeschreibung der Physik aufzunehmen, wird eine sogenannte minimale Substitution durchgeführt. Etwas verneinfacht ausgedrückt: man ergänzt die Kinetische Energie durch eine Potentielle Energie. Beide zusammen ergeben die Gesamtenergie, die weiterhin konstant bleibt. Da nun die Potentielle Energie vom Ort abhängt, tut dies auch die Kinetische Energie. Durch die minimale Substitution wurde also bewirkt, dass sich der Impuls mit dem Ort ändert, ganz entsprechend unseren Beobachtungen. Die Gesamtenergie bleibt dabei jedoch konstant.

$$\text{Energiesatz:} \quad \underbrace{E}_{\substack{\text{Gesamt-}\\ \text{Energie}\\ (\text{konstant})}} = \underbrace{T}_{\substack{\text{Kinetische}\\ \text{Energie}}} + \underbrace{V}_{\substack{\text{Potentielle}\\ \text{Energie}}} = \frac{\vec{p}^{\,2}}{2m} + V \qquad (6\text{-}10)$$

Dieser Energiesatz bestimmt die Dynamik in der gesamten klassischen Physik und auch in der Quantenmechanik. In der klassischen Mechanik wird der Energiesatz auf Bahnkurven berücksichtigt, in der Quantenmechanik bei der Ausbreitung von Messwahrscheinlichkeiten. Der Unterschied zwischen klassischer Mechanik und Quantenmechanik besteht darin, wie die Dynamik mit dem Inhalt, also dem sich bewegenden Körper bzw. der sich ausbreitenden Messwahrscheinlichkeit verknüpft wird.

Der Energiesatz lässt sich durch die Wirkung ausdrücken. Das ist wichtig, da die Wirkung ja eine Invariante oder skalare Größe ist. Das führt auf die berühmte Hamilton-Jacobi-Gleichung, die wir im übernächsten Abschnitt für die Quantenmechanik brauchen.

$$\text{Hamilton-Jacobi-Gleichung:} \quad \underbrace{\frac{\partial S}{\partial t}}_{-E} + \underbrace{\frac{\left(\vec{\nabla} S\right)^2}{2m}}_{\frac{\vec{p}^{\,2}}{2m}} + V = 0 \qquad (6\text{-}11)$$

## Klassische Mechanik

*Inhalt*

Inhalt der klassischen Mechanik sind Körper mit Masse und Position in Raum und Zeit. Sie werden völlig unabhängig vom Beobachter beschrieben.

### *Bahnkurven und Geschwindigkeit*

Der Körper hat zu jedem Zeitpunkt eine ganz bestimmte Position. Diese ist eine Funktion der Zeit, eine Bahnkurve $\vec{r}\left(t\right)$ des Körpers.

Die Änderung der Position mit der Zeit ist die Geschwindigkeit des Körpers: $\vec{v}\left(t\right)=\frac{d\vec{r}}{dt}\left(t\right)$. Nur auf Bahnkurven haben Körper eine definierte Geschwindigkeit, in der Quantenmechanik gibt es die nicht.

### *Dynamik*

Die Dynamik wird durch den Impuls ausgedrückt. In diesem sind die Kräfte integriert, die auf den Körper gewirkt haben. Formal stecken diese Kräfte in der Potentiellen Energie des Energiesatzes.

Der Energiesatz addiert kinetische und potentielle Energie auf zur Gesamtenergie, die konstant ist. Diese Energie kann nach dem Impuls aufgelöst werden, der dann von der Gesamtenergie und von der potentiellen Energie abhängt. Damit ist der Impuls gegeben im gesamten Raum als Funktion des Ortes. Er ist unabhängig von der Zeit und von jeglichem Inhalt.

$$\text{Impuls aus Energiesatz:}\quad p=\pm\sqrt{2m\left(E-V\right)} \tag{6-12}$$

### *Dynamik und Bewegung*

Um die Bewegung des Körpers zu berechnen, muss Inhalt und Dynamik verknüpft werden. Dies geschieht, indem die Bewegung des Köpers mit der Dynamik aus dem Energiesatz identifiziert wird. Impuls ist Masse mal Geschwindigkeit, oder $\vec{p}=m\vec{v}$ .

### *Bewegungsgleichung*

Die Aufgabe besteht nun darin, die Bahnkurve so über das Impulsfeld zu legen, dass zu jedem Zeitpunkt $t$ der Impuls am Ort $\vec{r}\left(t\right)$ der Bahnkurve gerade Masse mal Geschwindigkeit ist, also dass $\vec{p}\left(\vec{r}\left(t\right)\right)=m\vec{v}\left(t\right)$ gilt. Dafür gibt es verschiedene Methoden.

Eine besteht darin, die zeitliche Änderung der Terme im Energiesatz zu betrachten. Die Summe dieser zeitlichen Änderungen ist 0, da sich die Gesamtenergie ja mit der Zeit nicht ändert. Das führt unmittelbar auf die berühmte Newton'sche Bewegungsgleichung. Sie besagen, dass die zeitliche Änderung des Impulses gleich den Kräften bzw. der räumlichen Änderung der potentiellen Energie ist. Damit lassen sich alle Probleme der klassischen Mechanik behandeln.

Zeitliche Änderung der Energie:

$$0=\frac{dE}{dt}=\frac{d}{dt}\left(\frac{\vec{p}\left(t\right)^{2}}{2m}+V\left(\vec{r}\left(t\right)\right)\right)=\frac{2\vec{p}\left(t\right)\frac{d\vec{p}\left(t\right)}{dt}}{2m}+\underbrace{\frac{d\vec{r}\left(t\right)}{dt}}_{\frac{\vec{p}}{m}}\cdot\underbrace{\vec{\nabla}V\left(\vec{r}\right)}_{\equiv-\vec{F}\left(\vec{r}\right)} \tag{6-13}$$

also:

$$\frac{d\vec{p}}{dt}=\vec{F}\quad\left(\text{Newtonsche Bewegungsgleichung}\right)$$

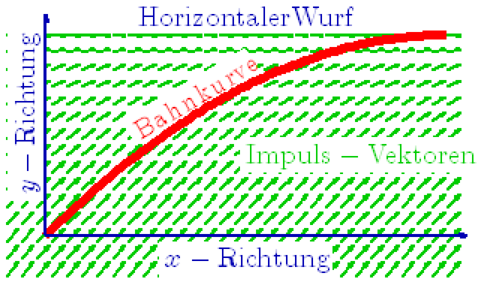


*Abbildung 6-7* *Aus dem Energiesatz ergibt sich an jedem Raumpunkt ein Impulsvektor, das sind die grünen Pfeile. Die Bahnkurve, hier eine Wurfparabel, wird so festgelegt, dass Masse mal Geschwindigkeit auf jedem Punkt der Bahnkurve mit dem Impuls an der entsprechenden Stelle übereinstimmt.*

*Bemerkungen*

In der klassischen Mechanik sehe ich eine geniale, aber auch gewaltige Abstraktion der Wirklichkeit. Die Weltinhalte werden zunächst von ihrer Bewegung getrennt und auf Punktmassen mit exakten Orten zu exakten Zeiten reduziert. All das entspricht nicht der Wirklichkeit, sondern ist gedacht und mathematisch formuliert. Wir nehmen keine Inhalte wahr ohne deren Bewegung und umgekehrt. Die Weltinhalte sind in aller Regel sehr komplex und oft nicht von ihrer Umgebung zu trennen. Ihre Position kann nur so genau bestimmt werden, wie es der verwendete Maßstab erlaubt. Gemessene Geschwindigkeiten sind immer mittlere Geschwindigkeiten zwischen zwei Messpunkten. Damit hat auch diese Art von Verknüpfung von Impuls und Geschwindigkeit nichts mit der sinnlichen Wirklichkeit zu tun.

## Quantenmechanik

Die Quantenmechanik basiert auf den Begriffen der klassischen Physik. Ganz im Sinne von C.G.Jung wird jedoch kein Bezug auf eine objektive Wirklichkeit genommen, sondern ausschließlich auf die Beobachtung. Auch die Verknüpfung von Dynamik und Inhalt wird auf einer viel subtileren Ebene vorgenommen. Damit wird die Beschreibung kausaler Zusammenhänge so verlagert, dass sie bewusst nicht mehr fassbar ist. Werner Heisenberg, einer der Urväter der Quantenmechanik, hat das zum Beispiel in seinem Buch 'Der Teil und das Ganze' sehr klar ausgedrückt.

Ich komme zur Quantenmechanik über zwei Korrekturen in der klassischen Mechanik.

*Messwahrscheinlichkeit*

Die klassische Physik beschreibt eine objektive Bewegung von Körpern auf Bahnkurven, unabhängig vom Beobachter. Ein Beispiel ist die Bewegung eines Elektrons auf einer Flugbahn von einer Quelle zu einem Bildschirm. Tatsächlich sind diese Elektronen dabei nicht beobachtbar. Erst wenn Sie auf dem Bildschirm auftreffen, äußern sie sich dort als Fleck. Auch die Flugbahn eines geworfenen Steines ist nicht wirklich beobachtbar, wenn es auch so scheint. Die Position des Steines und seine Geschwindigkeit sind immer nur zu diskreten Zeiten messbar, nicht kontinuierlich. Wird die Flugbahn etwa mit einer Videokamera aufgezeichnet, so liefert diese pro Sekunde vielleicht 25 Positionen des Steines. In unserem sinnlichen Wahrnehmen erscheint Bewegung zunächst durchaus auch kontinuierlich, eine Äquivalenz mit der Bewegung der klassischen Physik lässt sich aber nicht verifizieren. Wenn wir sehr achtsam sind, können wir auch wahrnehmen, wie sich einzelne Wahrnehmungsinhalte im Bewusstsein manifestieren. Wie die Bilder in einem Film stellt unser Bewusstsein die Inhalte dann in einer kontinuierlichen Bewegung dar.

Die Quantenmechanik beschreibt die zeitliche Entwicklung der Wahrscheinlichkeit für das Ansprechen eines Detektors an bestimmten Positionen. Das Elektron manifestiert sich mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeitsverteilung auf dem Bildschirm. An einer Stelle wird es dort wahrgenommen. Dem wird nun Rechnung getragen.

Die Messwahrscheinlichkeit hängt vom Raumpunkt des Detektors ab und von der Messzeit. Bevor das Elektron von der Quelle emittiert wird, ist sie 0. In Abhängigkeit der kinetischen Energie des Elektrons steigt sie nach einer gewissen Zeit an und geht dann wieder nach 0. So ist die Quantenmechanik eher an unsere direkte Anschauung angepasst und weniger an die Vorstellung.

Die Ausbreitung der Messwahrscheinlichkeitsdichte muss so erfolgen, dass die Wahrscheinlichkeit, überhaupt etwas zu messen, mit der Zeit weder größer noch kleiner wird. Das heißt: wird sie in einem bestimmte Raumgebiet kleiner, so muss sie außerhalb dieses Gebietes entsprechend größer werden. Sie muss frei sein von jeglicher Willkür. Nur so kann dass, was sie beschreibt, erkannt werden und bewusstseinsfähig sein.

Diese Ausbreitungsbedingung erfasst die sogenannte Kontinuitätsgleichung, wie sie auch in der klassischen Mechanik für die Masse oder in der Elektrodynamik für die Ladung gilt. Auch die Masse von Körpern oder die elektrische Ladung unterliegt der Notwendigkeit der Erhaltung, genauso wie die Messwahrscheinlichkeitsdichte.

| | | |
|---|---|---|
| Messwahrscheinlichkeitsdichte für das Ansprechen eines Detektors: | $\rho$ | *(6-14)* |
| Wahrscheinlichkeits-Strom: | $\rho \frac{\vec{p}}{m}$ | |
| Kontinuitäts-Gleichung: | $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \rho \frac{\vec{p}}{m} = 0$ | |

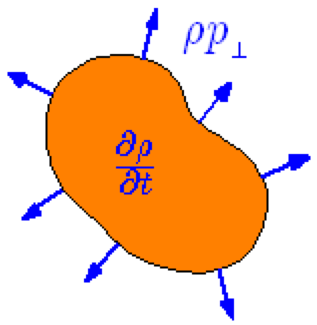


*Abbildung 6-8 Die Kontinuitätsgleichung formuliert die Erhaltung der Wahrscheinlichkeit. Ändert sich die Wahrscheinlichkeit in einem Gebiet mit der Zeit, so muss der entsprechende Strom der Wahrscheinlichkeit durch die Oberfläche des Gebietes zu-oder abfließen.*

## *Quantisierung: Vereinheitlichung von Inhalt und Dynamik*

Messwahrscheinlichkeit und Wirkung werden nun zusammengefasst zu einer sogenannten Wellenfunktion. Die Form dieser Funktion folgt daraus, dass für mehrere Elektronen sich deren Wahrscheinlichkeit multipliziert, sich ihre Wirkung jedoch addiert. So werden die Wurzel der Messwahrscheinlichkeit zur Amplitude und die Wirkung zur Phase einer Wellenfunktion.

$$\text{Wellenfunktion:} \qquad \psi(\vec{r},t) = \underbrace{R(\vec{r},t)}_{\substack{\equiv\sqrt{\rho(\vec{r},t)} \\ \text{Wahrscheinlich-} \\ \text{keits-Amplitude}}} e^{iS(\vec{r},t)/\hbar} \tag{6-15}$$

$$\text{Plank'sches Wirkungsquantum:} \quad \hbar \quad (\text{Maßstab der Wirkung})$$

Die Wellenfunktion unterliegt einer Differentialgleichung, die ihre räumliche und zeitliche Änderung verknüpft. Das ist die Schrödinger-Gleichung der Quantenmechanik. Sie ergibt sich aus der Kontinuitätsgleichung für die Wahrscheinlichkeit, dem durch die Wirkung ausgedrückten Energiesatz und der sogenannten Quantisierung.

Es gelingt nicht unmittelbar, die beiden Gleichungen für Wahrscheinlichkeitserhaltung und Energieerhaltung zu einer für die Wellenfunktion zu verknüpfen. Vielmehr hat die vereinheitlichte Gleichung einen Term, der noch explizit von der Wahrscheinlichkeitsdichte abhängt. Die Vereinheitlichung ist nicht vollständig.

Nun kommt der entscheidende Schritt zur Quantenmechanik. Im Rahmen der sogenannten Quantisierung wird der störende Term explizit entfernt. Das führt auf die Schrödinger-Gleichung der Quantenmechanik, in der Messwahrscheinlichkeit und Wirkung ausschließlich als Wellenfunktion vorkommen, nicht mehr einzeln.

$$\underbrace{\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{(\vec{\nabla}S)^2}{2m} + V = 0}_{\text{Energiesatz:}} \quad \Bigg| \quad \underbrace{\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla}\left(\rho \frac{\vec{\nabla}S}{m}\right) = 0}_{\text{Kontinuitätsgleichung:}} \tag{6-16}$$

$$\searrow \qquad \swarrow$$

$$\underbrace{\psi = Re^{iS/\hbar}}_{\text{Wellenfunktion}}$$

$$\swarrow \qquad \searrow$$

$$\text{mathematisch Äquivalent}$$

$$\underbrace{-\frac{\hbar}{i}\frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\vec{\nabla}^2\psi + V\psi + \frac{\hbar^2}{2m}\frac{\vec{\nabla}^2\sqrt{\rho}}{\sqrt{\rho}}}_{\text{Wellengleichung der klassischen statistischen Mechanik}}$$

$$\downarrow \qquad \downarrow$$

$$\text{Quantisierung:} \quad \xcancel{\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\vec{\nabla}^2\sqrt{\rho}}{\sqrt{\rho}}}$$

$$\underbrace{-\frac{\hbar}{i}\frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\vec{\nabla}^2\psi + V\psi}_{\substack{\text{Nur Terme mit } \psi\text{:} \\ \text{Schrödinger-Gleichung der Quantenmechanik}}}$$

Messwahrscheinlichkeit und Wirkung haben eine klare physikalische Bedeutungen, die Wellenfunktion nicht. Durch die Quantisierung haben Messwahrscheinlichkeit und Wirkung jedoch keine Eigenständigkeit mehr, die Gleichungen, denen sie einzeln unterliegen, wurden durch die Quantisierung verändert.

Zwischen Emission und Detektion besteht ein Kausalzusammenhang, der durch die Wellenfunktion beschrieben und mit der Schrödinger-Gleichung berechnet werden kann. Das Elektron bewegt sich überall und ist überall. Es ist kein Objekt mit definiertem Ort. Dies ist in unserem Bewusstsein, so wie es Julian Jaynes beschreibt, nicht repräsentierbar.

Offensichtlich ist die Quantisierung jedoch ein enormer Schritt zu einer besseren Beschreibung der Wirklichkeit. Sie ermöglicht unter anderem eine Beschreibung der Atome, ist Grundlage aller chemischen Reaktionen und erklärt das Periodensystem der Chemie. Auf ihr beruht unsere modernen Kommunikationstechnik mit Handys, Computer, LASERN usw.

## Grundgesetze der Physik

Die Grundgesetze der Physik sind ein Konsequenz unseres bewussten Welterlebens. Grundlage dieses Bewusstseins ist Objektivität, eine Darstellung der Objekte im Raum und eine kausale Entwicklung in der Zeit.

Die klassische Mechanik basiert streng auf den Regeln dieser bewussten Welterfahrung, sie stellt eine mathematische Formulierung derselben dar. Objekte bewegen sich kontinuierlich auf Bahnkurven, so dass die Energie dabei erhalten wird.

Die Quantenmechanik bezieht sich streng auf das Wahrgenommene, nämlich das Ansprechen von Detektoren. Inhalt und Dynamik werden auf einer Ebene vereinheitlicht, die sich einer Darstellung in unserem Bewusstsein entzieht. Sie verweist auf ein Geschehen jenseits unserer bewussten Welterfahrung, auf einen transzendenten Bereich.

Damit ist die Quantenmechanik sehr erfolgreich. Sie liefert uns ein Verständnis atomarer und chemischer Zusammenhänge und sie erlaubt technische Entwicklungen wie Computer, LASER, Handys und vielem mehr.

Die Quantenmechanik zeigt mir, wie ich mein Bewusstsein besser erfahren kann, in der Komplementarität von Inhalt und Dynamik, in Manifestationen und Superpositionen.

## Anhang: Wirkung des horizontalen Wurfes

### *Wirkung für den Wurf im homogenen Erdfeld*

Ansatz für Wirkungsfeld: $$S(x,y,t)=S_x(x)+S_y(y)-S_t(t) \tag{6-17}$$

Hamilton-Jacobi-Gleichung: $$\underbrace{\frac{\partial S_t(t)}{\partial t}}_{-E\ (\text{konstant})}+\underbrace{\frac{\left(\frac{\partial S_x(x)}{\partial x}\right)^2}{2m}+\frac{\left(\frac{\partial S_y(y)}{\partial y}\right)^2}{2m}+mgy}_{E=T+V\ (\text{konstant})}=0$$

Seperation: $$\begin{cases}\left(\frac{\partial S_x(x)}{\partial x}\right)^2=\text{konstant}\\ \left(\frac{\partial S_y(y)}{\partial y}\right)^2=2m\left(\underbrace{E_y\qquad-mgy}_{=E-p_{0x}^2/2m}\right)\end{cases}$$

Impulse: $$\begin{cases}p_x=p_{0x}\\ p_y=\pm\sqrt{2m\left(E_y-mgy\right)}\end{cases}$$

Komponenten der Wirkung: $$\begin{cases}S_x(x)=p_{0x}x\\ S_y(y)=\pm\int dy\sqrt{2m\left(E_y-mgy\right)}=\mp\frac{2\left(E_y-mgy\right)^{3/2}}{3mg}\end{cases}$$

Wirkung: $$S(x,y,t)=p_{0x}x\mp\frac{2\left(E_y-mgy\right)^{3/2}}{3mg}-Et$$

### *Kontinuitätsgleichung*

Bedingung für Erhaltung der Wahrscheinlichkeit: $$0=\frac{\partial}{\partial t}\underbrace{\int_G\rho d^3r}_{\substack{\text{Gesamte Wahrschein-}\\ \text{lichkeit im Gebiet } G}}\overset{!}{=}\underbrace{-\int_{\partial G}\rho\vec{v}\cdot d\vec{f}}_{\substack{\text{Strom durch die}\\ \text{Oberfläche von } G}}=\underbrace{-\int_G\vec{\nabla}\cdot\left(\rho\vec{v}\right)d^3r}_{\text{Stoke'scher Satz}} \tag{6-18}$$

also: $$\int_G\left(\frac{\partial\rho}{\partial t}+\vec{\nabla}\cdot\left(\rho\vec{v}\right)\right)d^3r=0$$

gilt für alle Gebiete $G$, also: $$\underbrace{\frac{\partial\rho}{\partial t}+\vec{\nabla}\cdot\left(\rho\vec{v}\right)=0}_{\text{Kontinuitäts-Gleichung}}$$

bzw: $$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\vec{\nabla}\cdot\left(\rho\frac{\vec{\nabla}S}{m}\right)=0$$