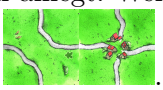
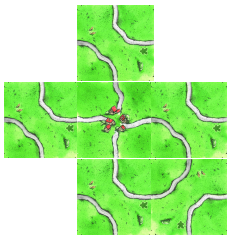
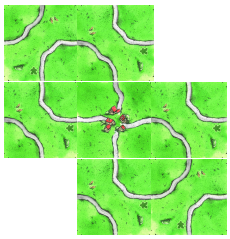
Erläuterungen zu einem Poster des Mathematischen Institutes der Universität Tübingen anlässlich des Jahres der Mathematik 2008

Dieses Poster illustriert ein ungelöstes mathematisches Problem, das zum ersten Mal in dieser Form vor etwa 30 Jahren formuliert wurde und seitdem allen Lösungsversuchen getrotzt hat. Es wird z.B. im Buch *Percolation* von Geoffrey Grimmett (Springer Verlag, 2. Auflage) im Kapitel 13.3 näher beschrieben und trägt u.a. den Namen *Lorentz Lattice Gas Mirror Problem*. Mit Hilfe zweier Kärtchen des Spieles *Carcassonne* des Verlages *Hans im Glück* lässt sich das Problem wie folgt stellen. Benötigt werden dazu beliebig viele der beiden Kärtchen und sowie ein Würfel. Zunächst würfelt man. Wenn man eine 1 oder eine 2 würfelt, so zieht man das Kärtchen , wenn man eine 3, 4, 5 oder 6 würfelt, so zieht man das Kärtchen und wenn die gewürfelte Zahl 5 oder 6 war, so dreht man das Kärtchen zusätzlich um 90 Grad und erhält damit . Dieses Kärtchen legt man vor sich auf den Tisch. Nun wird die Straße, die am rechten Rand des soeben gelegten Kärtchens endet, verlängert, indem man erneut würfelt und nach der oben beschriebenen Prozedur eine neue Karte zieht und diese rechts an das bereits gelegt Kärtchen anlegt. Wenn man z.B. zuerst eine 5 und dann eine 2 würfelt, so liegt folgendes auf dem Tisch:  . Wenn man der Straße, die man auf diese Weise verlängert hat, folgt, trifft man zunächst auf das Dorf, durchfährt dieses geradeaus und trifft dann auf den rechten Rand der zweiten Karte. Nun verlängert man die Straße noch weiter, indem man wieder würfelt und die dadurch bestimmte Karte als Verlängerung anlegt. Dies wird immer weiter wiederholt. Würfelt man z.B. nacheinander die Zahlen 5,2,5,4,6 und 5, so erhält man folgende Straßenkarte  . Dabei wird zuerst die mittlere Zeile von links nach rechts durchfahren, dann die untere Zeile von rechts nach links, dann wird das mittlere Kärtchen der mittleren Reihe noch einmal durchfahren, diesmal geradeaus von unten nach oben, und schließlich erreicht man das einzige Kärtchen in der oberen Zeile. Die Straße, der wir folgen, endet nun am linken Rand der Karte in der oberen Zeile. Würfelt man nun eine 3 oder 4, so schließt sich die Straße  und man fährt ab jetzt sozusagen im Kreis (oder in diesem Fall genauer gesagt in einer Acht). Das Poster zeigt rot markiert eine andere Straße, die sich aufgrund der gewürfelten Zahlen zumindest bis jetzt noch nicht geschlossen hat.

Das offene, ungelöste Problem ist nun folgendes: Wird sich die Straße immer (d.h. mit 100% Wahrscheinlichkeit) schließlich irgendwann schließen, egal was man würfelt? Oder kann es sein, dass man bis in alle Ewigkeit würfelt (einen unendlich großen Tisch und unendlich viele Kärtchen vorausgesetzt) und sich die Straße trotzdem nie schließt?

Ansprechpartner: Prof. Dr. Martin Zerner, Mathematisches Institut, Universität Tübingen, Auf der Morgenstelle 10, 72076 Tübingen. Email: martin . zerner at uni-tuebingen . de