EBERHARD KARLS
UNIVERSITÄT
TÜBINGEN

WIRTSCHAFTS- UND
SOZIALWISSENSCHAFTLICHE
FAKULTÄT

Abteilung Statistik, Ökonometrie und Empirische Wirtschaftsforschung

Dr. Thomas Dimpfl

Vorkurs zur Veranstaltung
Mathematische Methoden der Wirtschaftswissenschaft

4. Aufgabenblatt

Aufgabe 1 (Graph einer Funktion)

Skizzieren Sie die Graphen der folgenden Funktionen und bestimmen Sie den Wertebereich:

(a) $f(x) = 2x - 4$ $\quad D_f =]2; 4]$

(b) $f(x) = \ln(x + 1)$ $\quad D_f = [-0,4; 0,4]$

(c) $y = max\{1; e^x\}$ $\quad D_f = \mathbb{R}$

Aufgabe 2 (Lineare Funktionen)

Bestimmen Sie...

(a) den Zusammenhang zwischen den Temperaturskalen in Grad Celsius (C) und Grad Fahrenheit (F), wenn Sie wissen, dass (i) die Beziehung linear ist, (ii) Wasser bei 0°C und 32°F gefriert und (iii) Wasser bei 100°C und 212°F siedet.

(b) die Temperatur, die in der Grad Celsius- und der Grad Fahrenheit-Skala durch dieselbe Zahl gemessen wird.

Aufgabe 3 (Quadratische Funktionen)

Bestimmen Sie die Gleichung der Parabel $y = ax^2 + bx + c$, die durch die drei Punkte $(1, -3)$, $(0, -6)$ und $(3, 15)$ verläuft.

Aufgabe 4 (Verkettete Funktionen)

Gegeben sind die beiden Funktionen $f(x) = 2x + 4$ und $g(x) = \ln(x)$. Geben Sie für folgende Verkettungen die Funktionsgleichung an. Geben Sie jeweils die maximale Definitionsmenge der verketteten Funktion an (mit kurzer Begründung).

(a) $(f \circ g)(x)$ (b) $(g \circ f)(x)$ (c) $(f \circ f)(x)$

(d) $(g \circ g)(x)$ (e) $f(x) \cdot g(x)$

Aufgabe 5 (Polynomdivison)

Bestimmen Sie durch Polynomdivision die Terme q(x) und r(x) der folgenden Gleichungen: $P(x) = q(x)Q(x) + r(x)$.

(a) $P(x) = x^4 + 1$ $Q(x) = x^2 + 1$

(b) $P(x) = x^5 + 3x^3 + 7x^2 - 3$ $Q(x) = x^2 + 2x + 1$

Geben Sie für $P(x)$, $Q(x)$, $q(x)$ und $r(x)$ den Grad des Polynoms an.

Aufgabe 6 (Logarithmusgesetze)

Prüfen Sie ob folgende Aussagen wahr sind:

(a) Für beliebige a > 1 und b > 1 gilt: $\log_a x = 0 \Rightarrow \log_b x = 0$

(b) Für beliebige a > 1 und b > 1 gilt: $\log_a x = 1 \Rightarrow \log_b x = 1$

Aufgabe 7 (Logarithmusgesetze)

Sie haben keinen Taschenrechner zur Verfügung, wissen aber, dass $\log_{10} 5{,}2 = 0{,}716$ hinreichend genau gilt. Geben Sie nun folgende Ausdrücke an:

(a) $\log_{10} 52$

(b) $\log_{10} 520$

(c) $\log_{10} 5,2^2$

(d) $\log_{10} 5200^7$

Aufgabe 8 **(Logarithmusgesetze)**

Bestimmen Sie die folgenden Logarithmen:

(a) $\log_{0.5\pi} 1$

(b) $\log_{100} 5,2$

(c) $\log_2(1/8)$

(d) $\log_{1/2} 4$

Verallgemeinern Sie das Ergebnis aus d), indem Sie zeigen, dass generell gilt: $\log_{1/a} x = -(\log_a x)$.

Aufgabe 9 **(Exponential- und Logarithmusfunktionen)**

Exponentialfunktionen sind leicht auf eine andere Basis transformierbar:
Formen Sie a^x in e^{cx} um. Wie muss c definiert sein, damit $a^x = e^{cx}$ gilt? Transformieren Sie damit 10^z und $2^{(0.5y)}$ auf die Basis e.

Aufgabe 10 **(Umkehrfunktionen)**

Überprüfen Sie, ob zu $y = f(x)$ eine Umkehrfunktion $x = f^{-1}(y)$ existiert, und geben diese ggfs. an. ($D_f = \mathbb{R}$, falls nicht ausdrücklich angegeben).

(a) $y = a + b \cdot x$

(b) $y = x^2$

(c) $y = (1-x)^2 \quad D_f =]-1, 1]$

(d) $y = \dfrac{1}{1+e^{-x}}$