

25 Leichte Stücke in MATHSTAT

1. Schreiben Sie den Erwartungswert einer Zufallsvariable (ZV) Z , $E(Z)$, ausführlich
 - a) für eine diskrete ZV,
 - b) für eine stetige ZV.
2. $Var(Z)$ kann geschrieben werden als $E(Y)$. Was ist Y ?
3. Schreiben Sie $Var(Z)$ ausführlich
 - a) für eine diskrete ZV,
 - b) für eine stetige ZV.
4. Was sagt die Verteilungsfunktion $F_X(x)$ aus?
5. X ist eine stetige ZV. Erklären Sie den Zusammenhang der Verteilungsfunktion $F_X(x)$ mit der Dichtefunktion $f_X(x)$.
6. $Cov(X, Y)$ kann geschrieben werden als $E(Z)$. Was ist Z ?
7. Schreiben Sie $Cov(X, Y)$ ausführlich wenn X und Y
 - a) diskrete ZVen sind,
 - b) stetige ZVen sind.
8. Drücken Sie $E_{XY}(XY)$ als eine Funktion von $Cov(X, Y)$ aus.
9. Schreiben Sie $E_{XY}(XY)$ ausführlich wenn X und Y
 - a) diskrete ZVen sind,
 - b) stetige ZVen sind.
10. $g(X)$ bezeichnet eine messbare Funktion der ZV X (wie zum Beispiel X^2 , $\ln(X)$). Schreiben Sie ausführlich $E(g(X))$ für eine stetige ZV X .
11. X und Y sind stetige ZVen. $Z = g(X, Y)$ ist eine messbare Funktion. Schreiben Sie ausführlich $E(g(X, Y))$.
12. X und Y sind stetige ZVen. Was sagt die gemeinsame Verteilungsfunktion $F_{XY}(x, y)$ aus? Schreiben Sie $F_{XY}(x, y)$ ausführlich. Was sagt die gemeinsame Dichtefunktion (im stetigen Fall) bzw. die Massefunktion (im diskreten Fall) $f_{XY}(x, y)$ aus?
13. Erklären Sie den Zusammenhang der Verteilungsfunktion $F_{XY}(x, y)$ mit der Dichtefunktion $f_{XY}(x, y)$ (X und Y sind stetige ZVen).
14. Wenn X und Y unabhängig sind:
 $F_{XY}(x, y) =$
 $f_{XY}(x, y) =$
15. Wenn X und Y unabhängig sind:
 $E_{XY}(X \cdot Y) =$
 $Cov(X, Y) =$

16. Wenn X und Y unabhängig sind:

$$E_{XY}(h(X) * g(Y)) =$$

17. $E_{XY}(X + Y) =$

$$E_{XYZ}(X + Y + Z) =$$

$$Var(X + Y) =$$

18. Schreiben Sie ausführlich wenn X und Y

a) diskrete ZVen sind,

b) stetige ZVen sind:

$$f_{X|Y}(X|Y = y)$$

$$E_{X|Y}(X|Y = y)$$

$$E_{X|Y}(X^2|Y = y)$$

19. $E(aX) =$

$$Var(aX) =$$

(a ist ein nicht-zufälliges Skalar)

20. For $\underline{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)'$

$$E(\underline{X}) = \mu, \mu = ?$$

$$Var(\underline{X}) = \Sigma, \Sigma = ?$$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

(a ist eine nicht-zufällige Matrix)

$$\underline{Z} = A * \underline{X}$$

$$E(\underline{Z}) =$$

$$Var(\underline{Z}) =$$

21. $Y = a + b * X$

$$E(Y) =$$

$$E(Y|X = x) =$$

22. Gegeben der gemeinsamen Dichte- bzw Massefunktion $f_{XY}(x, y)$. Wie erhält man $f_X(x)$ und $f_Y(y)$ wenn X und Y

a) diskrete ZVen sind,

b) stetige ZVen sind?

23. Unter welchen Umständen erhält man $f_{XY}(x, y)$ aus $f_X(x)$ und $f_Y(y)$?

24. X und Y sind gemeinsam normalverteilt

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} \sim BVN(\mu_X, \mu_Y, \sigma_X^2, \sigma_Y^2, \rho_{XY}).$$

Wie lautet der Zusammenhang zwischen den Parametern und den Momenten?

$$X \sim$$

$$Y \sim$$

$$X|Y = y$$

$$Y|(X = x)$$
$$E(X|Y = y) =$$
$$Var(X|Y = y) =$$

25. X, Y und Z sind normalverteilt
 $W = a * X + b * Y + c * Z \sim$
Wie ist W verteilt?