

Aufgabe 1 (1 + 1 + 2 + 2 + 3 Punkte)

Zeigen Sie in NK:

- (a) $\sigma \vee \tau \vdash \tau \vee \sigma$
- (b) $\vdash (\varphi \wedge \neg\varphi) \rightarrow \psi$
- (c) $\vdash \varphi \vee \neg\varphi$
- (d) $\vdash \neg\varphi \vee \psi \rightarrow \neg(\varphi \wedge \neg\psi)$
- (e) $\vdash ((\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow \varphi) \rightarrow \varphi$

Aufgabe 2 (2 Punkte)

Zeigen Sie in NK: $\varphi \leftrightarrow \psi \dashv\vdash \neg\varphi \leftrightarrow \neg\psi$.

Aufgabe 3 (1 + 1 + 2 Punkte)

Zeigen sie, dass für alle Aussagen $\varphi, \psi \in \text{PROP}$ und alle Formelmengen $\Gamma, \Delta \subseteq \text{PROP}$ die folgenden Strukturregeln für NK gelten:

- (a) *Identität*: $\varphi \vdash \varphi$.
- (b) *Verdünnung*: $\Gamma \vdash \varphi \implies \Gamma, \Delta \vdash \varphi$.
- (c) *Schnitt*: $(\Gamma \vdash \varphi \text{ und } \Delta, \varphi \vdash \psi) \implies \Gamma, \Delta \vdash \psi$.

Aufgabe 4 (1 + 2 + 2 Punkte)

Sei $\varphi \downarrow \psi$ eine Abkürzung für $\neg(\varphi \vee \psi)$. Zeigen Sie für NK:

- (a) $\varphi \downarrow \psi, \varphi \vdash \perp$ und $\varphi \downarrow \psi, \psi \vdash \perp$.
- (b) $(\Gamma, \varphi \vdash \perp \text{ und } \Delta, \psi \vdash \perp) \implies \Gamma, \Delta \vdash \varphi \downarrow \psi$.
- (c) Geben Sie Einführungs- und Beseitigungsregeln für \downarrow an. Beachten Sie dabei die Ergebnisse unter (a) und (b).

Abgabe der Aufgaben am 6.12. nach der Vorlesung oder als PDF.