Einführung in die Logik – Übungsaufgaben

Blatt 4

Dr. Michael Arndt **SS 2017**

Aufgabe 1

Überlegen Sie sich, ob folgendes Argument intuitiv schlüssig ist. Überprüfen Sie danach für eine Übersetzung der Aussagen in Formeln, ob die Konklusion logisch aus den Prämissen folgt.

> *Jedes kontingente Seiende ist irgendwann existent geworden. Die Zeit erstreckt sich unendlich in die Vergangenheit. Wenn die Zeit sich unendlich in die Vergangenheit erstreckt, dann gilt: Wenn jedes kontingente Seiende irgendwann existent geworden ist, dann muß es eine Zeit vor der Existenz jedes kontingenten Seienden gegeben haben. Wenn es eine solche Zeit gegeben hat, dann gilt: Falls es heute kontingentes Seiendes gibt, dann hat ein kontingentes Seiendes sich selbst geschaffen oder es gibt ein notwendiges Seiendes, das ein kontingentes Seiendes geschaffen hat. Es gibt heute kontingentes Seiendes. Kein kontingentes Seiendes hat sich selbst geschaffen. Daher gibt es ein notwendiges Seiendes, das ein kontingentes Seiendes geschaffen hat.*

Aufgabe 2

Überprüfen Sie mittels Wahrheitstafeln, welche der folgenden Folgerungsbehauptungen zutreffen:

a) $A \to B \vDash \neg A \to \neg B$

b) $(A \vee C), (B \vee C) \vDash (A \wedge B) \vee C$

c) $A \vDash A \wedge \bot$

d) $(A \to B) \to A \vDash A$

e) $A \wedge B \to C \vDash (A \to C) \wedge (B \to C)$

f) $(A \vee B) \wedge B \vDash A$

Aufgabe 3

Es seien ϕ und ψ Formeln, die keine Aussagensymbole gemeinsam haben. Ist es möglich, dass $\phi \models \psi$? Begründen Sie Ihre Behauptung!

Aufgabe 4

Vergleichen Sie folgende Folgerungsbeziehungen:

- $A \to (B \to C), A \to B, A \vDash C$
- $A \to (B \to C), A \to B \vDash A \to C$
- $A \to (B \to C) \vDash (A \to B) \to (A \to C)$
- $\vDash (A \to (B \to C)) \to ((A \to B) \to (A \to C))$

Diskutieren Sie den Beweis des Import-/Export-Theorems anhand dieser Beispiele.

Aufgabe 5

Versichern Sie sich mittels Wahrheitstafeln, daß die folgenden Äquivalenzbehauptungen zutreffen:

a) $\neg(A \wedge B) \mathrel{=}\!\mid\!\models \neg A \vee \neg B$

b) $A \wedge \top \mathrel{=}\!\mid\!\models A$

c) $A \wedge B \to C \mathrel{=}\!\mid\!\models A \to (B \to C)$