

Aufgabe 1 (2 Punkte)

Beweisen Sie das Deduktionstheorem für NI:

$$A_1, \dots, A_n \vdash_{\text{NI}} B \text{ genau dann, wenn } \vdash_{\text{NI}} A_1 \wedge \dots \wedge A_n \rightarrow B.$$

Aufgabe 2 (8 Punkte)

(a) Zeigen Sie: $\vdash_{\text{NI}} \neg(\neg A \wedge \neg B) \leftrightarrow \neg\neg(A \vee B)$. (4 Punkte)

(b) Zeigen Sie per Induktion über dem Aufbau von A und unter Verwendung von (a):

$$\vdash_{\text{NI}} A^{\text{g}} \leftrightarrow \neg\neg A$$

Die Fälle $A \equiv (B \wedge C)$ und $A \equiv (B \rightarrow C)$ müssen nicht behandelt werden. (3 Punkte)

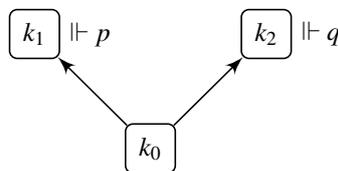
(c) Zeigen Sie nun: Wenn $\vdash_{\text{NK}} A$, dann $\vdash_{\text{NI}} \neg\neg A$. (1 Punkt)

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Geben Sie ein Kripke-Gegenmodell für $(\neg\neg p \rightarrow p) \rightarrow (p \vee \neg p)$ an, und weisen Sie nach, dass es eins ist.

Aufgabe 4 (6 Punkte)

Wir betrachten das Kripke-Modell \mathcal{K} :



(a) Notieren Sie \mathcal{K} formal. (1 Punkt)

(b) Weisen Sie nach, dass \mathcal{K} ein Gegenmodell für $\neg(p \wedge q) \rightarrow \neg p \vee \neg q$ ist. (4 Punkte)

(c) Zeigen Sie, dass die Regel

$$\frac{\neg(A \wedge B)}{\neg A \vee \neg B}$$

in NI nicht ableitbar ist. (1 Punkt)

Geben Sie Ihre Lösungen diesmal bitte bei der Aufsicht in der Bourse oder online ab.