

Aufgabe 1 (3 Punkte)

Konstruieren Sie einen Kombinator, der die folgende (intuitiv definierte) rekursive Funktion realisiert (vgl. Übungsblatt 5, Aufgabe 1d):

$$\text{diff}(m, n) = \begin{cases} m - n & \text{falls } m \geq n \\ \text{undefiniert} & \text{sonst} \end{cases}$$

Aufgabe 2 (2 + 3 + 3 Punkte)

Zeigen Sie, dass für alle λ -Terme P, Q, R Folgendes gilt:

(a) $\lambda\beta \vdash \mathbf{K}PQ = P$

(b) $\lambda\beta \vdash \mathbf{S}PQR = PR(QR)$

(c) $\lambda\beta \vdash \Upsilon x = x(\Upsilon x)$

Welche dieser Gleichungen sind auch in $\lambda\beta_{\triangleright}$ beweisbar?

Aufgabe 3 (3 Punkte)

Zeigen Sie, dass für alle λ -Terme M, N gilt: Wenn $M \triangleright_{1\beta} N$, dann $\lambda\beta_{\triangleright} \vdash M = N$.

Aufgabe 4 (6 Punkte)

Zeigen Sie, dass für alle λ -Terme M, N gilt: Wenn $\lambda\beta_{\triangleright} \vdash M = N$, dann $M \triangleright_{\beta} N$.