

Übungsblatt 2: Anwendung Momentenmethode und Maximum Likelihood

1. Die folgenden Daten resultieren aus einer Zufallsstichprobe aus einer Grundgesamtheit, in der die Zufallsvariable X (Zeitdauer in Stunden zwischen zwei Kundendienstesätzen) als exponentialverteilt angenommen wird. (die Daten sind auch im EXCEL Format auf der Kursseite verfügbar)

20.9
4.3
6.5
5.5
1.6
1.4
11.9
0.5
12.9
3.9
9.7
24.1
8.9
1.2

1.1 Schlagen Sie einen Momentenschätzer für den unbekannt Parameter der Grundgesamtheit (λ) vor, begründen Sie Ihre Wahl und berechnen Sie den konkreten Schätzwert auf Basis der vorliegenden Daten.

1.2 Schlagen Sie einen alternativen Momentenschätzer für λ vor, begründen Sie wiederum und berechnen Sie den konkreten Schätzwert ebenfalls aus den vorliegenden Daten.

1.3 Momentenschätzer sind konsistent. Was bedeutet das?

1.4 Welchen der beiden in 1.1 und 1.2 vorgeschlagenen Schätzer würden Sie bevorzugen? Begründen Sie Ihre Wahl mit einem theoretischen Argument.

1.5 (hierfür sollten Sie EXCEL verwenden!!)

Evaluieren Sie die log-Likelihood-Funktion auf Basis der vorliegenden Daten für einen Wertebereich von $0.02 < \hat{\lambda} < 0.26$ in Schritten von 0.02 und suchen Sie das Maximum der Log-Likelihood-Funktion innerhalb dieses Wertebereichs. Stellen Sie den Wert der Log-Likelihood in abhängigkeit vom gewählten $\hat{\lambda}$ grafisch dar. Diese Methode zum Auffinden des Maximums einer Log-Likelihood-Funktion bezeichnet man als „Grid-Search“. Diese Methode ist auch für Funktionen mit mehreren Veränderlichen anwendbar, wird dann aber sehr aufwändig.

2. Die folgenden Daten resultieren aus einer Zufallsstichprobe (d.h. Stichprobenvariablen sind unabhängig und identisch verteilt) aus einer Grundgesamtheit, in der die Zufallsvariable als binomialverteilt angenommen wird

12
14
5
11
12
11
7
10
10
9
7
13
7
8
8
9
10
12
8
11

(die Daten sind auch im EXCEL Format auf der Kursseite verfügbar)

Schlagen Sie Momentenschätzer für die unbekanntem Grundgesamtheitsparameter (n und p) vor und berechnen Sie diese aus den vorliegenden Daten.