Übungsblatt 7: Zeitreihen I

Aufgabe 1:

Gegeben sind die folgenden stochastische Prozesse mit ε_t u.i.v. $N(0,1)$:

(1) $y_t = \varepsilon_t$

(2) $y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t = \sum_{s=1}^{t} \varepsilon_s$ für $y_0 = 0$

(3) $y_t = c + y_{t-1} + \varepsilon_t = c \cdot t + \sum_{s=1}^{t} \varepsilon_s$ für $y_0 = 0$

(4) $y_t = c \cdot t + \varepsilon_t$

(a) Berechnen Sie $E[y_t]$ und $Var[y_t]$ für den stochastischen Prozess (1).

(b) Berechnen Sie $E[y_t]$, $Var[y_t]$ und $Cov[y_t, y_{t-j}]$ für die stochastischen Prozesse (2) bis (4).

(c) Handelt es sich bei den Prozessen (2), (3) und (4) (Random Walk mit und ohne Drift und trendstationärer Prozess) um schwach stationäre Prozesse? Begründen Sie.

Aufgabe 2:

(a) Berechnen Sie aus dem EXCEL-Arbeitsblatt "White_Noise_and_Random_Walks.xls" für jeden der vier stochastischen Prozesse zu jedem Zeitpunkt den "Ensemble-Mittelwert" und die "Ensemble-Varianz" für $t = 1, \ldots, 100$ und stellen die resultierende Folge graphisch dar. Interpretieren Sie die resultierende Graphik.

(b) Berechnen Sie außerdem für die erste Realisation eines jeden Prozesses Zeitreihenmittelwerte und Zeitreihenvarianzen und vergleichen Sie diese mit den "Ensemble-Mittelwerten" und "Ensemble-Varianzen". Was folgern Sie bezüglich der Stationarität des jeweiligen Prozesses? Was folgern Sie bezüglich der Ergodizität des jeweiligen Prozesses?