

Übungen zur Kurvendiskussion

1. Diskutieren Sie die Funktion $f(x) = \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x^2 - 1}$, d.h.:
 - a) Bestimmen Sie den Definitionsbereich von f . Wo ist f stetig fortsetzbar und wie?
 - b) Bestimmen Sie alle (senkrechten, waagerechten und schiefen) Asymptoten.
 - c) Bestimmen Sie alle Nullstellen und alle Extrema.
 - d) Skizzieren Sie die Funktion.
2. Diskutieren Sie die Funktion $f(x) = \frac{x^3 + 1}{x^2 - 1}$, d.h.:
 - a) Bestimmen Sie den Definitionsbereich von f . Wo ist f stetig fortsetzbar und wie?
 - b) Bestimmen Sie alle (senkrechten, waagerechten und schiefen) Asymptoten.
 - c) Bestimmen Sie alle Nullstellen und alle Extrema.
 - d) Skizzieren Sie die Funktion.
3. Diskutieren Sie die Funktion $f(x) = \frac{1 - x^3}{x^2 - 1}$, d.h.:
 - a) Bestimmen Sie den Definitionsbereich von f . Wo ist f stetig fortsetzbar und wie?
 - b) Bestimmen Sie alle (senkrechten, waagerechten und schiefen) Asymptoten.
 - c) Bestimmen Sie alle Nullstellen, sowie alle Hoch- und Tiefpunkte.
 - d) Skizzieren Sie die Funktion.
4. Diskutieren Sie die Funktion $f(x) = \frac{(2x - 1)^2 (x - 1)}{x^2 - x}$, d.h.:
 - a) Bestimmen Sie den Definitionsbereich von f . Wo ist f stetig fortsetzbar und wie?
 - b) Bestimmen Sie alle (senkrechten, waagerechten und schiefen) Asymptoten.
 - c) Bestimmen Sie alle Nullstellen, sowie alle Hoch- und Tiefpunkte.
 - d) Skizzieren Sie die Funktion.
5. Wir untersuchen die Funktion $f(x) = \log \frac{2 + x}{2 - x}$
 - a) Bestimmen Sie den Definitionsbereich von f .
 - b) Bestimmen Sie alle Asymptoten.
 - c) Bestimmen Sie alle Nullstellen.
 - d) Bestimmen Sie die Tangente an der Stelle $x = 0$.
 - e) Skizzieren Sie die Funktion, sowie die Tangente aus Teil (d).
 - f) Geben Sie möglichst große $A, B \subseteq \mathbb{R}$ an, so dass $f : A \rightarrow B$ bijektiv ist. Bestimmen Sie die Umkehrfunktion $f^{-1} : B \rightarrow A$, d.h. geben Sie $f^{-1}(x)$.

6. Wir untersuchen die Funktion $f(x) = \frac{x^2 + 2x + \frac{1}{2} - x|x|}{2x}$
- Bestimmen Sie den Definitionsbereich von f .
 - Bestimmen Sie alle Asymptoten.
 - Bestimmen Sie alle Nullstellen, sowie alle Hoch- und Tiefpunkte.
 - Zeichnen Sie den Graph der Funktion.
 - Geben Sie möglichst große $A, B \subseteq \mathbb{R}$ mit $1 \in A$ an, so dass $f : A \rightarrow B$ bijektiv ist. Sei $f^{-1} : B \rightarrow A$ die Umkehrfunktion von f . Bestimmen Sie $f^{-1}(2)$.

7. Wir untersuchen die Funktion

$$f(x) = \frac{e^{-x^2+1}}{x^3 - x}.$$

- Bestimmen Sie den Definitionsbereich von f .
- Bestimmen Sie alle Asymptoten.
- Berechnen Sie alle Nullstellen.
- Berechnen Sie $f'(x)$
- Bestimmen Sie alle Stellen, an denen f' verschwindet, sowie die Funktionswerte an diesen Stellen.
- Zeichnen Sie den Graph der Funktion.

Alle Aufgaben stammen aus Altklausuren von Herrn Keppeler!