Peter Schroeder-Heister / Bartosz Więckowski
Seminar: Modallogik
Sommersemester 2003

Übungsblatt 3

1. Beweisen Sie für die unten aufgelisteten Eigenschaften von R und die diesen Eigenschaften korrespondierenden Schemata Theorem 1 und Theorem 2.

   Eigenschaften von R:

   (a) symmetrisch: $\forall s \forall t (sRt \to tRs)$
   (b) euklidisch: $\forall s \forall t \forall u (sRt \wedge sRu \to tRu)$
   (c) partiell funktional: $\forall s \forall t \forall u (sRt \wedge sRu \to t = u)$
   (d) schwach konnex: $\forall s \forall t \forall u (sRt \wedge sRu \to tRu \vee t = u \vee uRt)$

   Korrespondierende Schemata:

   (a) $A \to \Box \Diamond A$
   (b) $\Diamond A \to \Box \Diamond A$
   (c) $\Diamond A \to \Box A$
   (d) $\Box(A \wedge \Box A \to B) \vee \Box(B \wedge \Box B \to A)$

   Theorem 1. Sei $\mathcal{F} = (S, R)$ ein Rahmen. Dann gilt für jede der Eigenschaften (a) - (d): wenn R diese Eigenschaft erfüllt, dann ist das korrespondierende Schema gültig in $\mathcal{F}$. (`Punkte:` (a): `2`, (b): `2`, (c): `2`, (d): `3`)

   Theorem 2. Wenn ein Rahmen $\mathcal{F} = (S, R)$ eines der Schemata (a) - (d) erfüllt, dann erfüllt R die korrespondierende Eigenschaft. (`Punkte:` (a): `2`, (b): `2`, (c): `2`, (d): `3`)

2. Ist die folgende Behauptung wahr oder falsch? Wenn $\mathcal{M} \models \Box A \to A$ für alle A, dann ist der Rahmen, auf dem $\mathcal{M}$ basiert notwendigerweise reflexiv. Begründen Sie Ihr Urteil. (`2 Punkte`)

Abgabe in der Sitzung am 21. Mai 2003.