

## Aufgabe 1 (1+2+1+1+1 Punkte)

Zeigen Sie, daß folgende Gleichungen auf regulären Ausdrücken erfüllt sind, d.h. daß eine Gleichung der Form  $\alpha = \beta$  durch die Gleichung  $\llbracket \alpha \rrbracket = \llbracket \beta \rrbracket$  begründet ist.

(a)  $\alpha + \alpha = \alpha$

(b)  $\beta \cdot \mathbf{0} = \mathbf{0} = \mathbf{0} \cdot \beta$

(c)  $(\alpha_1 + \alpha_2) \cdot \beta = \alpha_1 \cdot \beta + \alpha_2 \cdot \beta$

(d)  $\alpha \cdot (\beta \cdot \alpha)^* = (\alpha \cdot \beta)^* \cdot \alpha$

(e)  $\alpha \cdot \alpha^* + \mathbf{1} = \alpha^*$

## Aufgabe 2 (5 Punkte)

Zeigen Sie: wenn  $\epsilon \notin \llbracket \alpha \rrbracket$ , dann ist  $\xi = \alpha^* \cdot \beta$  die einzige Lösung der Gleichung  $\xi = \alpha \cdot \xi + \beta$ .

## Aufgabe 3 (5 Punkte)

Lösen Sie folgendes Gleichungssystem nach  $q_0$ :

$$q_0 = a \cdot q_0 + b \cdot q_1 + c \cdot q_2$$

$$q_1 = b \cdot q_1 + \mathbf{1}$$

$$q_2 = a \cdot q_2 + c \cdot q_3$$

$$q_3 = a \cdot q_4 + b \cdot q_2 + c \cdot q_4$$

$$q_4 = a \cdot q_3 + b \cdot q_3$$

$$q_5 = b \cdot q_2 + c \cdot q_1 + \mathbf{1}$$