

# Tag der Mathematik 2019

## Gruppenwettbewerb Aufgaben

Gruppennummer
Name eines Teammitglieds
Schulname

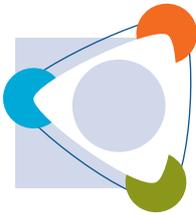
Allgemeine Hinweise:

Als Hilfsmittel dürfen nur Schreibzeug, Geodreieck und Zirkel benutzt werden. Taschenrechner sind nicht zugelassen.

**Aufgaben bitte nur auf den Aufgabenblättern bearbeiten und abgeben!**

Die folgende Tabelle wird von den Korrektoren ausgefüllt.

Aufgabe	G1	G2	G3	G4	Summe
Mögliche Punktzahl	8	8	8	8	32
Erreichte Punktzahl					

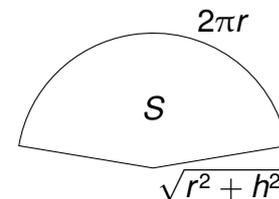
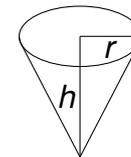
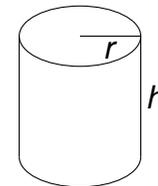


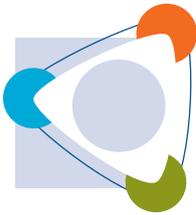
Gruppennr.

Name eines Teammitglieds

### Aufgabe G1

- a) Für eine Konservendose mit einem Liter Inhalt soll möglichst wenig Material benötigt werden, d.h. gesucht ist ein Zylinder mit einem Volumen  $V_0$ , der eine möglichst kleine Oberfläche  $S$  hat. Berechnen Sie das Verhältnis der Höhe  $h$  zum Radius  $r$  bei minimaler Oberfläche.
- b) Berechnen Sie entsprechend  $\frac{h}{r}$  bei einem Kelchglas, d.h. gesucht ist ein Kegel mit dem Volumen  $V_0$ , der eine möglichst kleine Mantelfläche  $S$  hat.

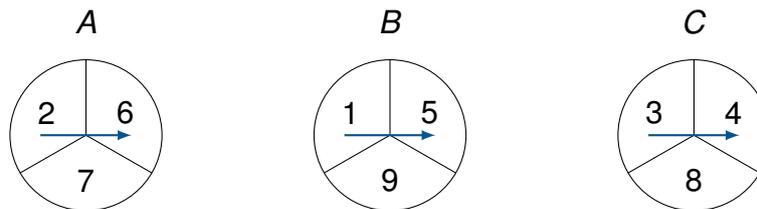




Gruppennr.	Name eines Teammitglieds
------------	--------------------------

### Aufgabe G2

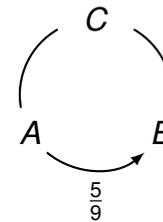
Beim Drehen der folgenden „Glücksräder“ erscheint jeder Sektor mit Wahrscheinlichkeit  $\frac{1}{3}$ .



- a) Wählen Sie jeweils zwei Glücksräder aus und berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, mit der eines gewinnt.

Vergleicht man z.B. *A* mit *B*, so gewinnt 2 einmal, 6 und 7 je zweimal, d.h. in 5 von 9 Fällen gewinnt *A*.

Vergleichen Sie entsprechend *B* mit *C* und *C* mit *A*. Berechnen Sie die Gewinnwahrscheinlichkeiten bei diesem paarweisen Vergleich und tragen Sie diese in das Pfeildiagramm ein.



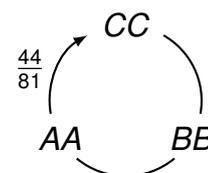
- b) Berechnen Sie die Gewinnwahrscheinlichkeiten, wenn jedes Glücksrad zweimal gedreht wird.

Vergleicht man zum Beispiel

<i>AA</i>	4	8	9	12	13	14
Wahrscheinlichkeit	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$

mit

<i>CC</i>	6	7	8	11	12	16
Wahrscheinlichkeit	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$



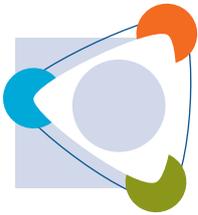
so gewinnt *AA* gegen *CC* mit der Wahrscheinlichkeit

$$\frac{2}{9} \left( \frac{1}{9} + \frac{2}{9} \right) + \frac{2}{9} \left( \frac{1}{9} + \frac{2}{9} + \frac{1}{9} \right) + \frac{1}{9} \left( \frac{1}{9} + \frac{2}{9} + \frac{1}{9} + \frac{2}{9} \right) + \frac{2}{9} \left( 1 - \frac{1}{9} \right) + \frac{1}{9} \left( 1 - \frac{1}{9} \right) = \frac{44}{81}$$

(Unentschieden gab es bei (8,8) und (12,12)).

Vergleichen Sie entsprechend *CC* mit *BB* und *BB* mit *AA*.

Berechnen Sie jeweils die Gewinnwahrscheinlichkeiten und tragen diese in das Pfeildiagramm ein.

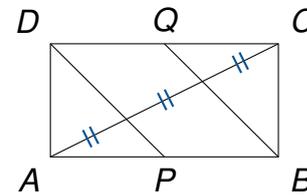


Gruppennr.

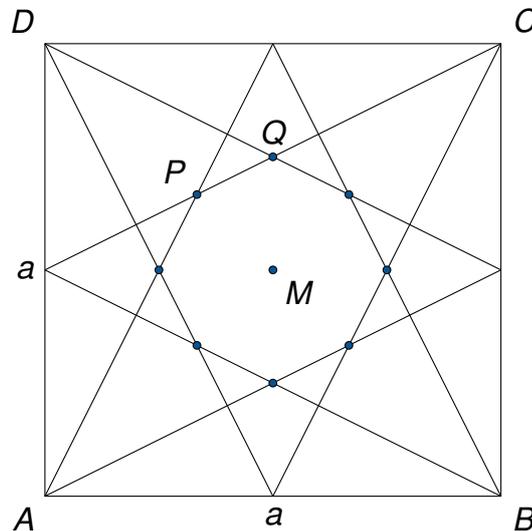
Name eines Teammitglieds

### Aufgabe G3

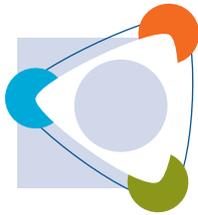
- a) Zeigen Sie: In einem Rechteck (Seitenlängen  $a$  und  $b$ ) mit den Seitenmitten  $P$  und  $Q$  wird die Diagonale  $AC$  durch  $DP$  und  $BQ$  in gleichlange Teilstücke zerlegt.



- b) In einem Quadrat  $ABCD$  mit Seitenlänge  $a$  und Mittelpunkt  $M$  werden die vier Ecken mit den Mittelpunkten der gegenüberliegenden Seiten verbunden.



Dadurch entsteht ein „Stern“ und ein Achteck mit Mittelpunkt  $M$ .  
Seien  $P$  und  $Q$  zwei benachbarte Ecken dieses Achtecks.  
Berechnen Sie  $MP$ ,  $MQ$  und die Fläche  $F$  des Achtecks.



Gruppennr.	Name eines Teammitglieds
------------	--------------------------

### Aufgabe G4

Axel, Bert und Carl wollen von ihrem Haus zu einer 11km entfernten Hütte gelangen.

Sie haben nur ein Fahrrad mit Gepäckträger.

Axel fährt mit dem Fahrrad, die beiden anderen gehen oder sitzen auf dem Gepäckträger.

Fährt Axel allein mit dem Fahrrad, kann er 15km/h schnell fahren.

Sitzt jemand auf dem Gepäckträger, kann er nur 12km/h schnell fahren.

Zu Fuß gehen sie mit einer Geschwindigkeit von 3km/h.

Während Carl zunächst zu Fuß geht, fährt Axel mit Bert auf dem Gepäckträger vom Haus bis zu einer Stelle, wo er ihn ablädt und dieser dann zu Fuß weitergeht.

Anschließend fährt Axel allein zurück bis er auf Carl trifft.

Carl setzt sich auf den Gepäckträger und beide fahren zusammen zur Hütte.

Alle drei kommen gleichzeitig an der Hütte an.

Wie lange brauchen sie zur Hütte?