Aufgabe 1 (2 Punkte)

Zeigen Sie, daß $(\lambda xyz.xzy)(\lambda xy.x) =_\beta (\lambda xy.x)(\lambda x.x)$.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Geben Sie zwei Paare von Termen M_1, N_1 und M_2, N_2 an, so daß jeweils zwar $M_i =_\beta N_i$, aber weder $M_i \rhd_\beta N_i$ noch $N_i \rhd_\beta M_i$.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Beweisen Sie, daß, wenn man in der Definition der β-Gleichheit für die einzelnen Schritte neben $\equiv_{1\alpha}$, $\rhd_{1\beta}$ und $\lhd_{1\beta}$ auch eine Relation $=_{1\phi}$ zuließe mit $P[\lambda xy.x] =_{1\phi} P[\lambda xy.y]$, dann würde für alle λ-Terme M, N gelten: $M =_\beta N$.

Hinweis: Der Beweis erfolgt durch ein simples Nachweisen dieser β-Gleichheit.

Aufgabe 4 (6 Punkte)

Geben Sie eine β-Reduktionsfolge für den folgenden Term an:

$$(\lambda x.(\lambda y.yxx)(\lambda y.yxx))(\lambda y.xy)$$

Aufgabe 5 (4 Zusatzpunkte)

Geben Sie Terme P und Q an, so daß zwar weder P noch Q eine β-Normalform besitzen, dafür aber (PQ).