

Tag der Mathematik 2022

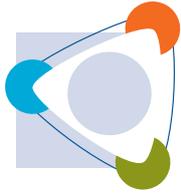
Gruppenwettbewerb
Einzelwettbewerb
Mathematische Hürden

Aufgaben

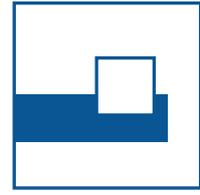
Allgemeine Hinweise:

Als Hilfsmittel dürfen nur Schreibzeug, Geodreieck und Zirkel benutzt werden.
Taschenrechner sind nicht zugelassen.

Aufgaben bitte nur auf den Aufgabenblättern bearbeiten und abgeben!



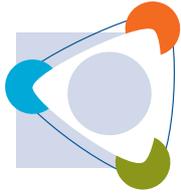
Tag der Mathematik 2022



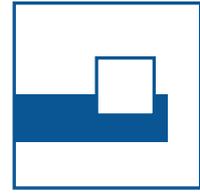
Aufgabe G1:

Gegeben ist die Funktion $f: x \mapsto f(x) = \frac{|x|-1}{|x-1|}$

Stellen Sie $f(x)$ betragsfrei dar, beschreiben Sie das Verhalten von f für $|x| \rightarrow \infty$ und zeichnen Sie das Schaubild von f im Koordinatensystem (1 LE = 1cm).



Tag der Mathematik 2022

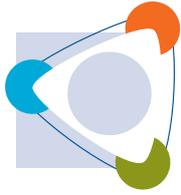


Aufgabe G2:

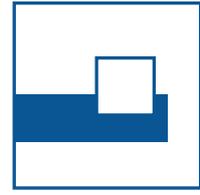
Die Parabel mit der Gleichung $y = -x^2 + 9$ habe den Scheitel P und schneide die x -Achse in A und B .

Diese Parabel wird so verschoben, dass sich ihr Scheitel auf der Geraden $g: y = 2x + 9$ nach Q bewegt. In dieser Lage hat die Parabel die Schnittpunkte mit der x -Achse in B und C .

Berechnen Sie die Koordinaten von C .



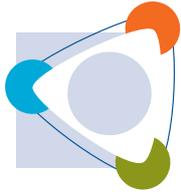
Tag der Mathematik 2022



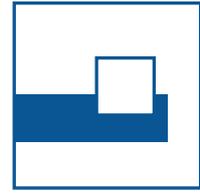
Aufgabe G3:

Ein Zylinder mit einem Durchmesser von 18 cm soll als Verpackung zweier Kegel mit einem Durchmesser von 8 cm bzw. 12 cm dienen.

Wie hoch muss der Zylinder mindestens sein?



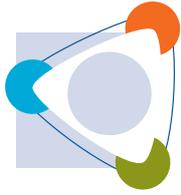
Tag der Mathematik 2022



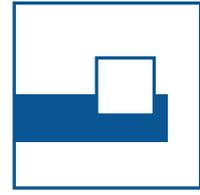
Aufgabe: G4

Gegeben sind die drei Punkte $A(7|4)$, $B(3|1)$, $C(0|c)$.

Wie muss c gewählt werden, damit $AC + BC$ minimal ist?



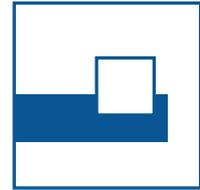
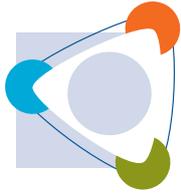
Tag der Mathematik 2022



Aufgabe E1:

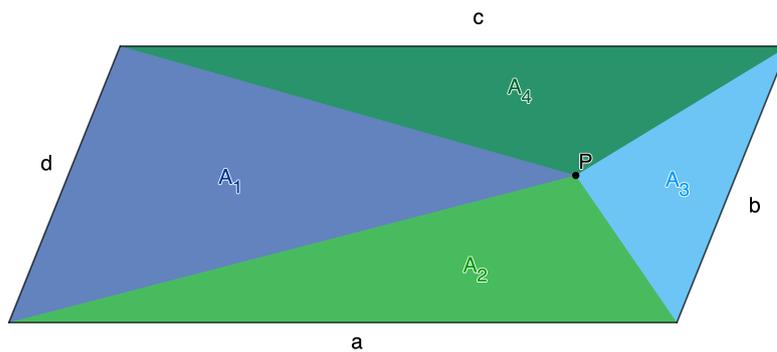
Gegeben ist die Gleichung: $x^{\sqrt{x+4}} = (\sqrt{x})^x$ ($x > 0$)

Bestimmen Sie alle Lösungen dieser Gleichung!



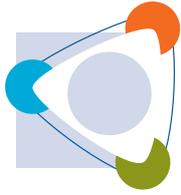
Aufgabe E2:

Gegeben ist ein beliebiger Punkt P innerhalb eines Parallelogramms.

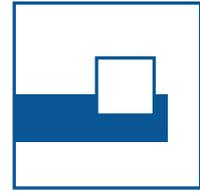


Verbindet man P mit den Ecken des Parallelogramms, dann entstehen 4 Dreiecke (vgl. Skizze).

Zeigen Sie: $A_1 + A_3 = A_2 + A_4$



Tag der Mathematik 2022

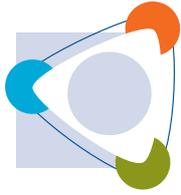


Aufgabe E3:

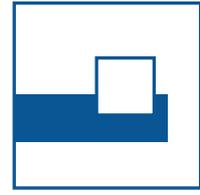
Gegeben sei das LGS

$$\begin{cases} ax + y = a^2 \\ x + ay = 1 \end{cases}$$

Für welche Werte von a hat das Lineare Gleichungssystem keine, genau eine, unendlich viele Lösungen?



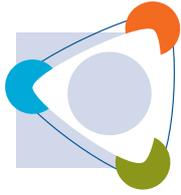
Tag der Mathematik 2022



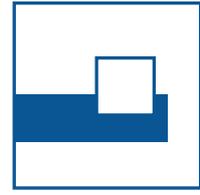
Aufgabe E4:

Bei einem Turnier trifft jede Spielerin genau einmal auf jede andere Teilnehmerin. Nach jedem Spiel gibt die Schiedsrichterin jeder der beiden Spielerinnen ein farbiges Kärtchen. Dieses ist rot für die Siegerin und grün für die Verliererin, bei Unentschieden erhalten beide ein gelbes Kärtchen. Am Ende des Turniers hat die Schiedsrichterin genau 52 Kärtchen jeder Farbe verteilt.

Wie viele Teilnehmerinnen nehmen am Turnier teil?



Tag der Mathematik 2022

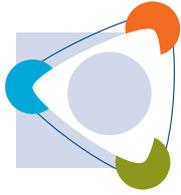


Aufgabe H1:

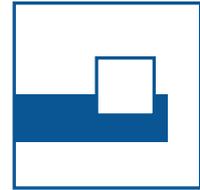
Gegeben ist die Zahlenfolge

13, 4, 16, 7, 49, ?

Welche Zahl gehört an die Stelle des Fragezeichens?



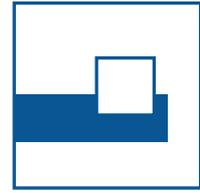
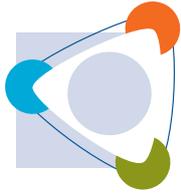
Tag der Mathematik 2022



Aufgabe H2:

Die Zeiger einer Uhr stehen auf 18 Uhr 20 Min.

Bestimmen Sie den kleineren der beiden Winkel, der durch die Zeiger eingeschlossen wird.

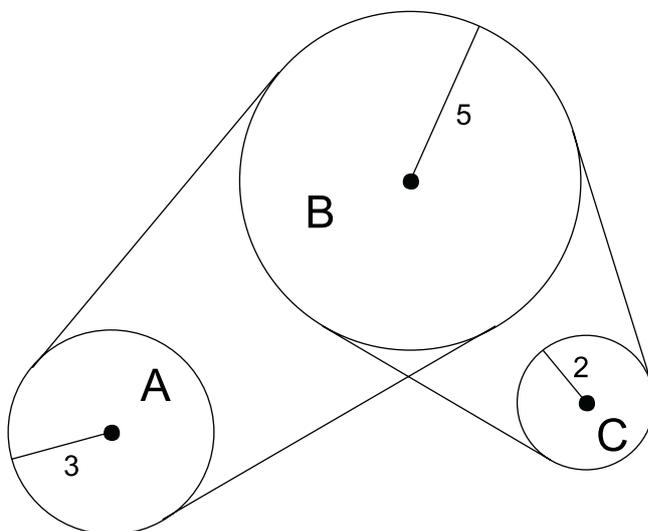


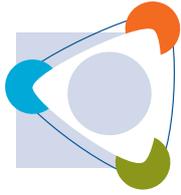
Aufgabe H3:

Gegeben sind 3 Räder A, B, C mit den Radien 3, 5, 2 LE (vgl. Abbildung).

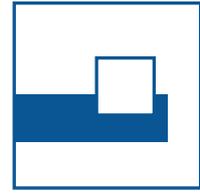
Rad A treibt Rad B an, welches Rad C antreibt.

Wenn A sich mit 40 Umdrehungen pro Minute dreht, wie viele Umdrehungen macht dann Rad C pro Minute?





Tag der Mathematik 2022

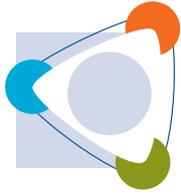


Aufgabe H4:

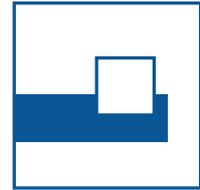
Wenn man ein Quadrat mit der Seitenlänge von 6cm auf ein Dreieck legt, kann man maximal 60% des Dreiecks abdecken.

Wenn man das Dreieck auf das Quadrat legt, kann man bis zu $\frac{2}{3}$ des Quadrats abdecken.

Welche Fläche hat das Dreieck?



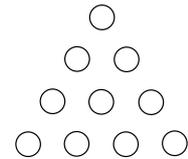
Tag der Mathematik 2022

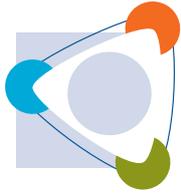


Aufgabe H5:

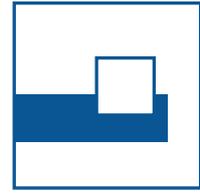
Beim Bowlingspiel mit 10 Kegeln, die in Dreiecksform angeordnet sind (vgl. Abb.), bleiben bei einem Wurf drei Kegel stehen, die die Ecken eines gleichseitigen Dreiecks bilden.

Wie viele solche Dreiecke sind möglich?





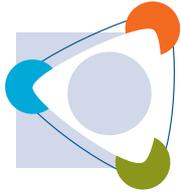
Tag der Mathematik 2022



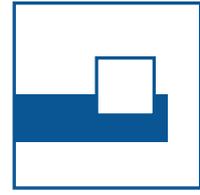
Aufgabe H6:

Ordnen Sie die folgenden Zahlen hinsichtlich ihrer Größe:

$$2^{5555}, 3^{4444}, 4^{3333}, 5^{2222}$$



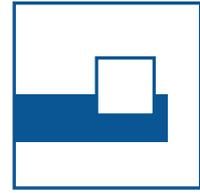
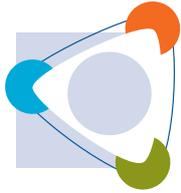
Tag der Mathematik 2022



Aufgabe H7:

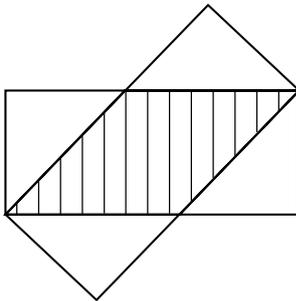
Wieviel 5-stellige Zahlen gibt es, bei denen mindestens zwei benachbarte Ziffern übereinstimmen?

Hinweis: Die Angabe eines Terms als Ergebnis genügt!



Aufgabe H8:

Zwei $3\text{cm} \times 7\text{cm}$ Rechtecke werden wie abgebildet übereinandergelegt.



Wie groß ist die schraffierte Fläche?