

Übungen zur Vorlesung Mathematische Logik

Prof. Dr. P. Schroeder-Heister

Blatt 10

Aufgabe 1 (6 + 2 + 2 Punkte)

Sei x eine Variable, die in φ nicht vorkommt. Dann bezeichne $\varphi[x/c]$ das Resultat der Ersetzung der *Konstanten* c in φ durch x . Analog sei $\Gamma[x/c]$ für eine endliche Menge Γ von Formeln definiert. Zeigen Sie:

- Wenn $\Gamma \vdash \varphi$, dann $\Gamma[x/c] \vdash \varphi[x/c]$.
- Wenn $\Gamma[x/c] \vdash \varphi[x/c]$, dann $\Gamma \vdash \varphi$.
- Wenn c nicht in Γ vorkommt und $\Gamma \vdash \varphi(c)$, dann $\Gamma \vdash \forall x\varphi(x)$.

Aufgabe 2 (8 Punkte)

Es sei $\{T_i \mid i \in I\}$ eine Familie von Theorien, welche durch Mengeninklusion linear geordnet ist. Weiterhin sei $T = \bigcup\{T_i \mid i \in I\}$ Zeigen Sie:

- T ist eine Theorie, die jede Theorie T_i erweitert.
- Wenn jede Theorie T_i konsistent ist, dann ist auch T konsistent.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Gegeben sei eine Sprache mit Gleichheit und den Konstantensymbolen c_1, c_2 . Zeigen Sie, daß $\{\varphi \mid \exists xy(x \neq y) \vdash \varphi\} \cup \{c_1 \neq c_2\}$ eine Henkin-Theorie ist.