

# Advanced Time Series Analysis WS 07/08

Teaching team: [joachim.grammig@uni-tuebingen.de](mailto:joachim.grammig@uni-tuebingen.de)

[kerstin.kehrle@uni-tuebingen.de](mailto:kerstin.kehrle@uni-tuebingen.de)

Secretary: [sylvia.buerger@uni-tuebingen.de](mailto:sylvia.buerger@uni-tuebingen.de)

Course home page:

<http://www.wiwi.uni-tuebingen.de/cms/index.php?id=823>

- lecture + PC lab (Kerstin Kehrle)
- PC lab uses GAUSS
- Revise ~4 h + x per week (Q4R)
- Exam: Written/PC Lab  
Material of lectures, script, reading list, chapters in textbooks
- Course plan
- Prerequisites : Bachelor Introductory Econometrics/ Time Series Analysis
- Take notes !
- Script (download)
- Textbooks:
  - F. Hayashi (2000) *Econometrics*, Princeton
  - J. Hamilton (1994) *Time Series Analysis*, Princeton
  - W. Enders (1995) *Applied Econometric Time Series*, Wiley

# Why follow the course? Time series techniques are essential in Economics & Finance

## Finance

- ◆ Predictability of returns
- ◆ Testing and estimating asset pricing models
- ◆ Properties of price formation processes

## Economics

- ◆ Properties of macroeconomic time series
- ◆ Persistence of macro-shocks
- ◆ Testing economic theories (PPT, Expectations Hypothesis of Term Structure)
- ◆ Transmission of monetary policy

# Agenda

- ◆ Review of Univariate Time Series Analysis
- ◆ Autoregressive Conditional Heteroskedasticity
- ◆ Structural Vector Autoregressive Systems (SVAR)
- ◆ Cointegration
- ◆ Special Topic e.g. Time Series with Changes in Regimes or Panel data
- ◆ Details: see course plan. Download from course page

# Nobelpreis für Wirtschaft geht an zwei Ökonometriker

Robert F. Engle und Clive W. J. Granger werden für die Entwicklung grundlegender statistischer Methoden geehrt

orn. FRANKFURT, 8. Oktober. Die Ökonometriker Robert F. Engle und Clive W. J. Granger erhalten den Nobel-Gedächtnispreis für Wirtschaftswissenschaften. Mit dem 1969 von der Schwedischen Reichsbank gestifteten Preis zeichnet die Königlich Schwedische Akademie der Wissenschaften in Stockholm den derzeit an der New York University als Professor für Management von Finanzdienstleistungen lehrenden Engle für seine „Methoden zur Analyse ökonomischer Zeitreihen mit zeitlich variabler Volatilität“ aus. Der von der University of California in San Diego emerierte Granger wird für seine „Methoden zur Analyse ökonomischer Zeitreihen mit gemeinsam veränderlichen Trends“ geehrt.

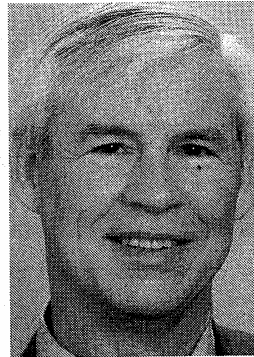
Der Amerikaner Robert Engle, 1942 in Syracuse im Bundesstaat New York geboren, studierte Physik an der Cornell University, schloß dort jedoch 1966 mit einer Promotion als Ökonom ab. Zunächst lehrte er am Massachusetts Institute of Technology (MIT), dann wie Granger an der University of California in San Diego. Seit dem Jahr 2000 ist er außerdem an der Stern School of Business an der New York University tätig. Clive W. J. Granger, 1934 in Swansea, Wa-

les geboren, besitzt die britische Staatsbürgerschaft. Er studierte an der University of Nottingham, wo er als einer der ersten Studenten einen gemischt ökonomisch-mathematischen Studiengang belegte. Er besitzt

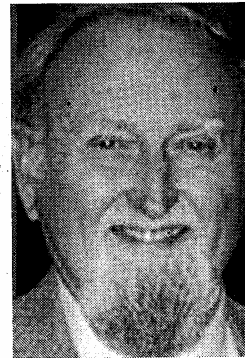
gut einer Million Euro, zu gleichen Teilen. Mit dieser Entscheidung wendet sich die Königlich Schwedische Akademie neuerlich den stark mathematisch geprägten Methoden zu, die in der Ökonomie an Bedeu-

wicklung von Bruttoinlandsprodukt, Preisen, Zinssätzen und Aktienkursen.

Engle und Granger haben in den achtziger Jahren Verfahren erfunden zum Umgang mit zwei Eigenschaften vieler Zeitreihen, denen herkömmliche statistische Methoden nicht gewachsen waren. Dazu zählt, daß die Schwankungen („Volatilität“) oft keinem festen Muster folgen, sondern sich in der Zeit verändern. Schwierigkeiten bereitete auch, daß die meisten makroökonomischen Variablen im Wachstum einem unsystematischen Trend folgen, statt sich um einen gegebenen Wert herumzubewegen („Nichtstationarität“). In der Wirklichkeit zeigt sich das darin, daß Störungen, die etwa auf das Bruttoinlandsprodukt einwirken, auf lange Sicht erhalten bleiben. Die von Engle entwickelten Methoden ermöglichen, eine im Zeitablauf veränderliche Volatilität zu modellieren; seine „Arch“-Modelle gelten als Alltagswerkzeug von Finanzanalysten in der Risikobewertung. Grangers Verfahren bauen auf der Entdeckung auf, daß Kombinationen von nichtstationären Zeitreihen stationär auftreten können und somit durchaus statistische Schlüsse zulassen („Kointegration“).



Robert F. Engle



Clive W.J. Granger

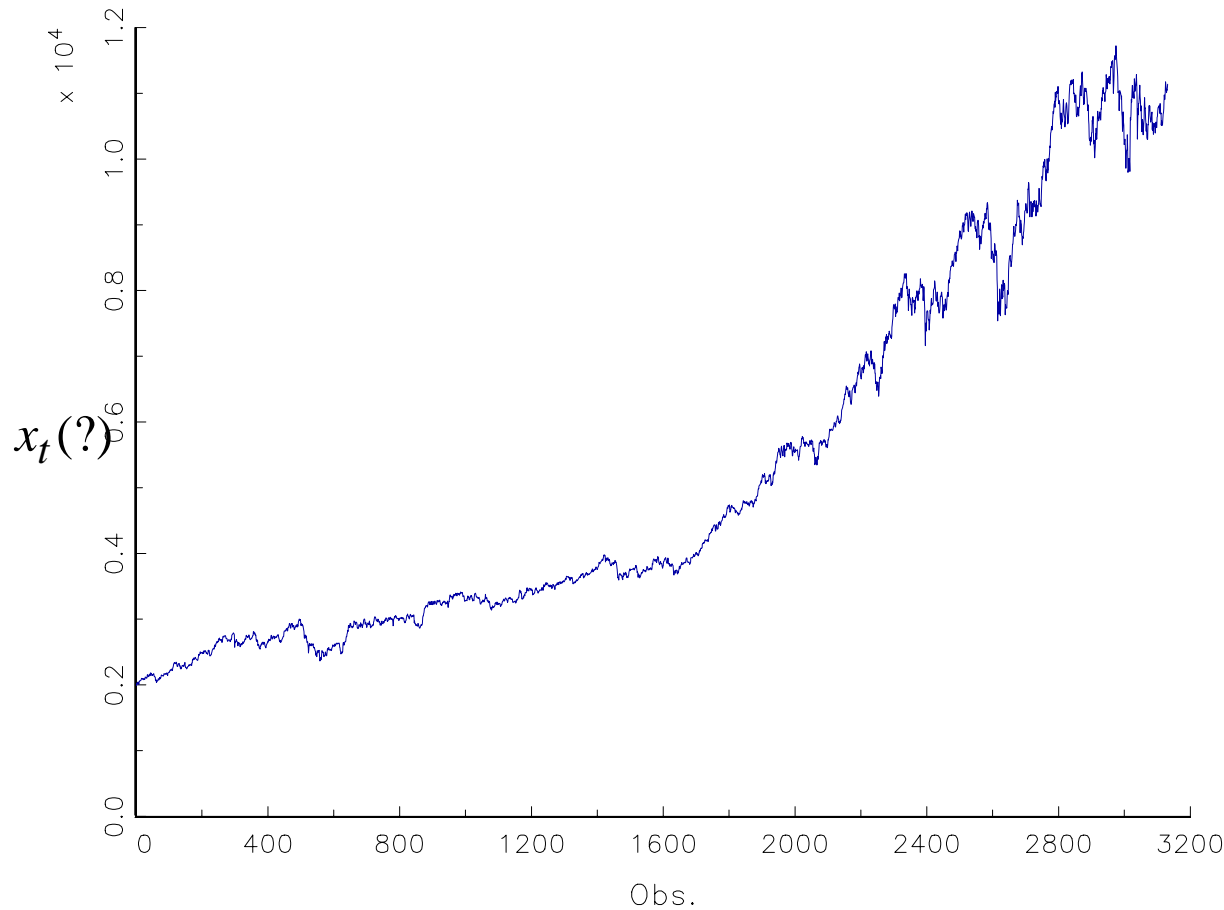
den Grad eines B.A. in Mathematik und wurde 1959 als Statistiker promoviert. Seit 1974 lehrt er in San Diego. Die beiden Gelehrten teilen sich das Preisgeld von 10 Millionen schwedischen Kronen, umgerechnet

tung gewinnen. Sie dienen zur empirischen Überprüfung von Hypothesen, die aus der Theorie gewonnen werden. Dabei werden „Zeitreihen“ verwendet, chronologische Datenfolgen, zum Beispiel über die Ent-

Die Ökonomen sind Nachzügler, Seite 12.

for methods of analyzing  
economic time series with time-  
varying volatility (ARCH)

# What is it? (1)



a)  
Daily close Dow Jones,  
from 08/23/1988  
to 08/22/2000,  
daily frequency

b) Realisation of

$$\frac{x_{t+\Delta t} - x_t}{x_t} = \mu\Delta t + \sigma\sqrt{\Delta t}\varepsilon_{t+\Delta t}$$

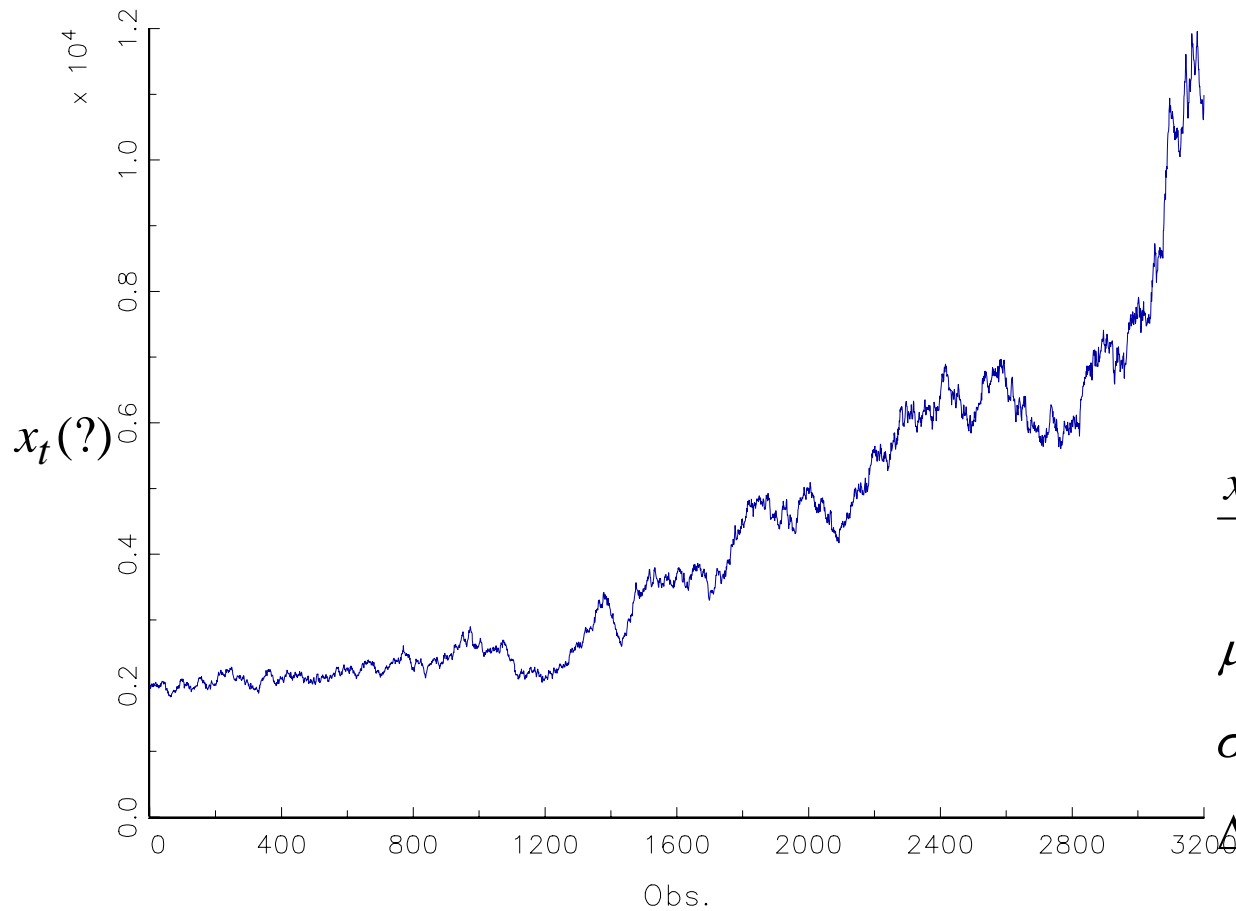
$$\mu = 0.08$$

$$\sigma = 0.2$$

$$\Delta t = 1/250$$

$$\varepsilon_{t+\Delta t} \sim N(0,1)$$

## What is it? (2)



a)  
Daily close Dow Jones,  
from 08/23/1988  
to 08/22/2000,  
daily frequency

b) Realisation of

$$\frac{x_{t+\Delta t} - x_t}{x_t} = \mu\Delta t + \sigma\sqrt{\Delta t}\varepsilon_{t+\Delta t}$$

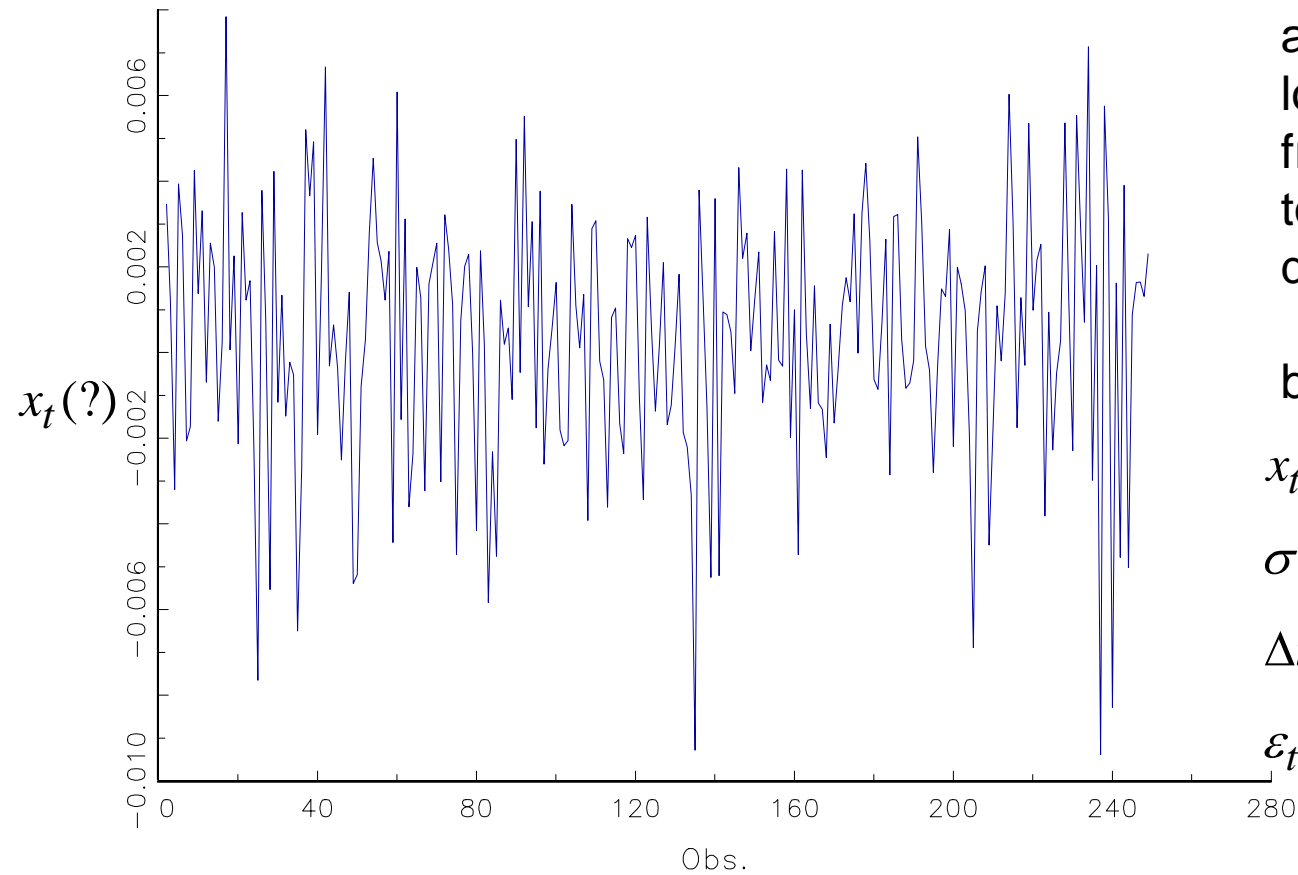
$$\mu = 0.08$$

$$\sigma = 0.02$$

$$\Delta t = 1/250$$

$$\varepsilon_{t+\Delta t} \sim N(0,1)$$

# What is it? (3)



a)  
log of relative DAX change,  
from 01/02/1996  
to 12/27/1996,  
daily frequency

b) Realisation of

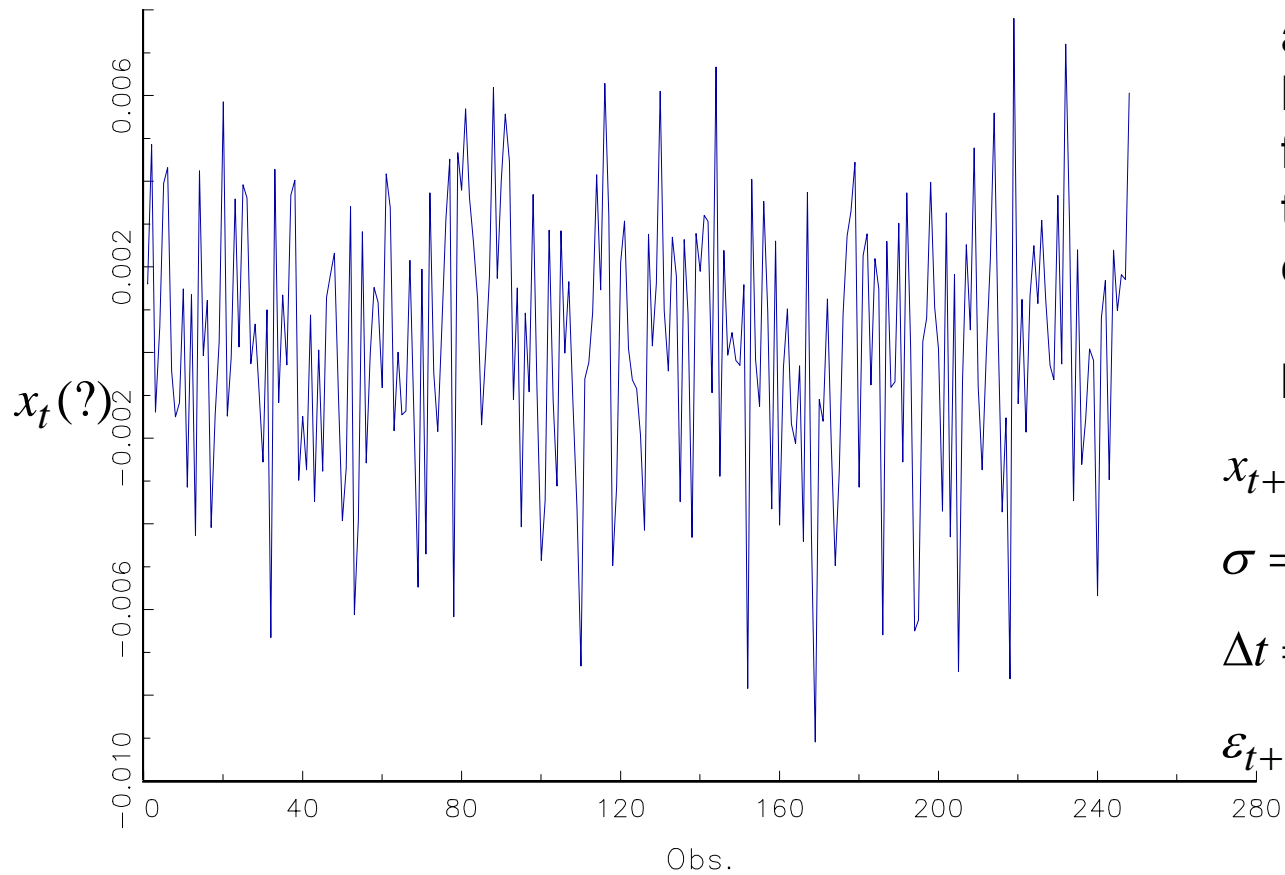
$$x_{t+\Delta t} = \sigma \sqrt{\Delta t} \varepsilon_{t+\Delta t}$$

$$\sigma = 0.2$$

$$\Delta t = 1/248$$

$$\varepsilon_{t+\Delta t} \sim N(0,1)$$

# What is it? (4)



a)  
log of relative DAX change,  
from 01/02/1996  
to 12/27/1996,  
daily frequency

b) Realisation of

$$x_{t+\Delta t} = \sigma \sqrt{\Delta t} \varepsilon_{t+\Delta t}$$

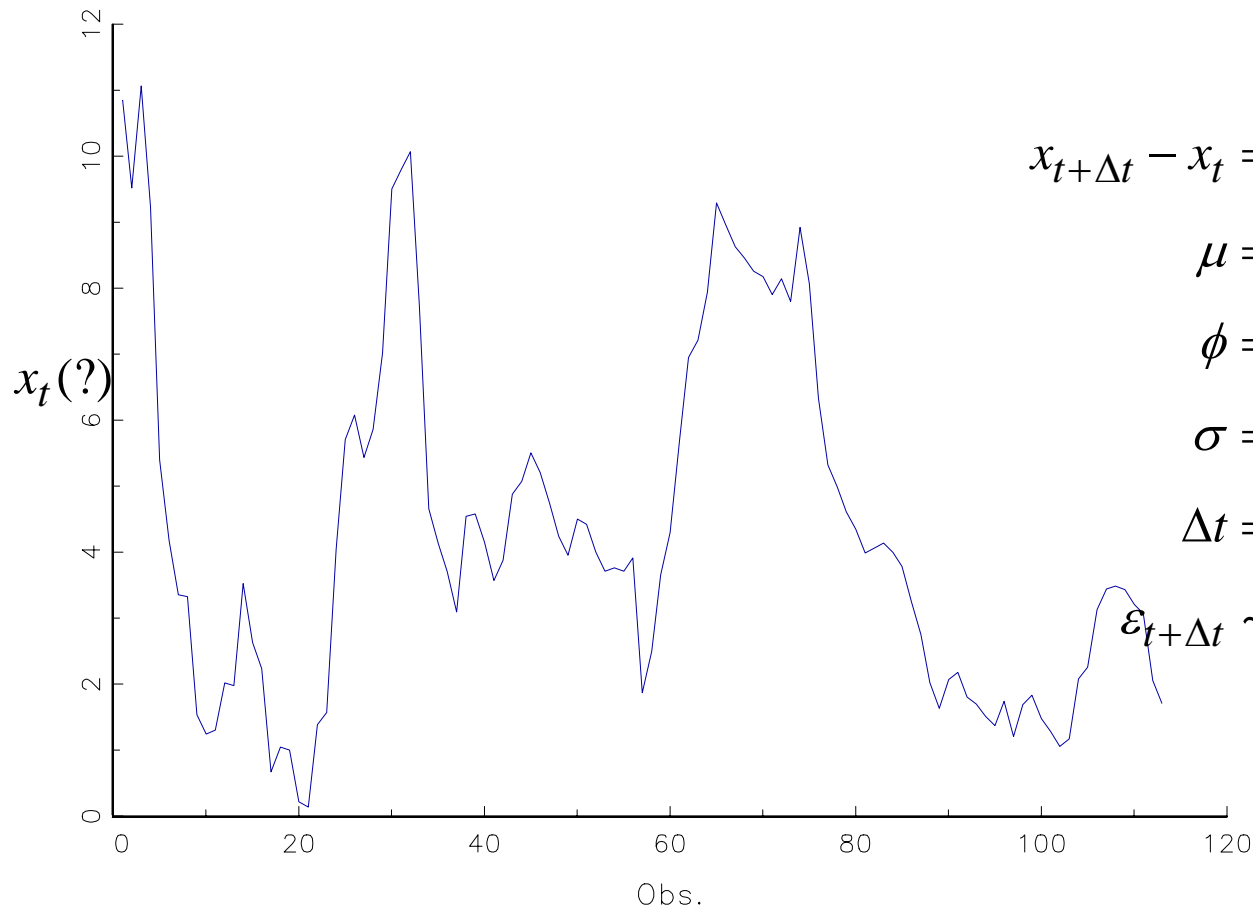
$$\sigma = 0.047$$

$$\Delta t = 1/248$$

$$\varepsilon_{t+\Delta t} \sim N(0,1)$$



# What is it? (5)



a) Realisation of

$$x_{t+\Delta t} - x_t = -\phi(x_t - \mu)\Delta t + \sigma\sqrt{x_t}\sqrt{\Delta t}\varepsilon_{t+\Delta t}$$

$$\mu = 3$$

$$\phi = 0.99$$

$$\sigma = 1.4$$

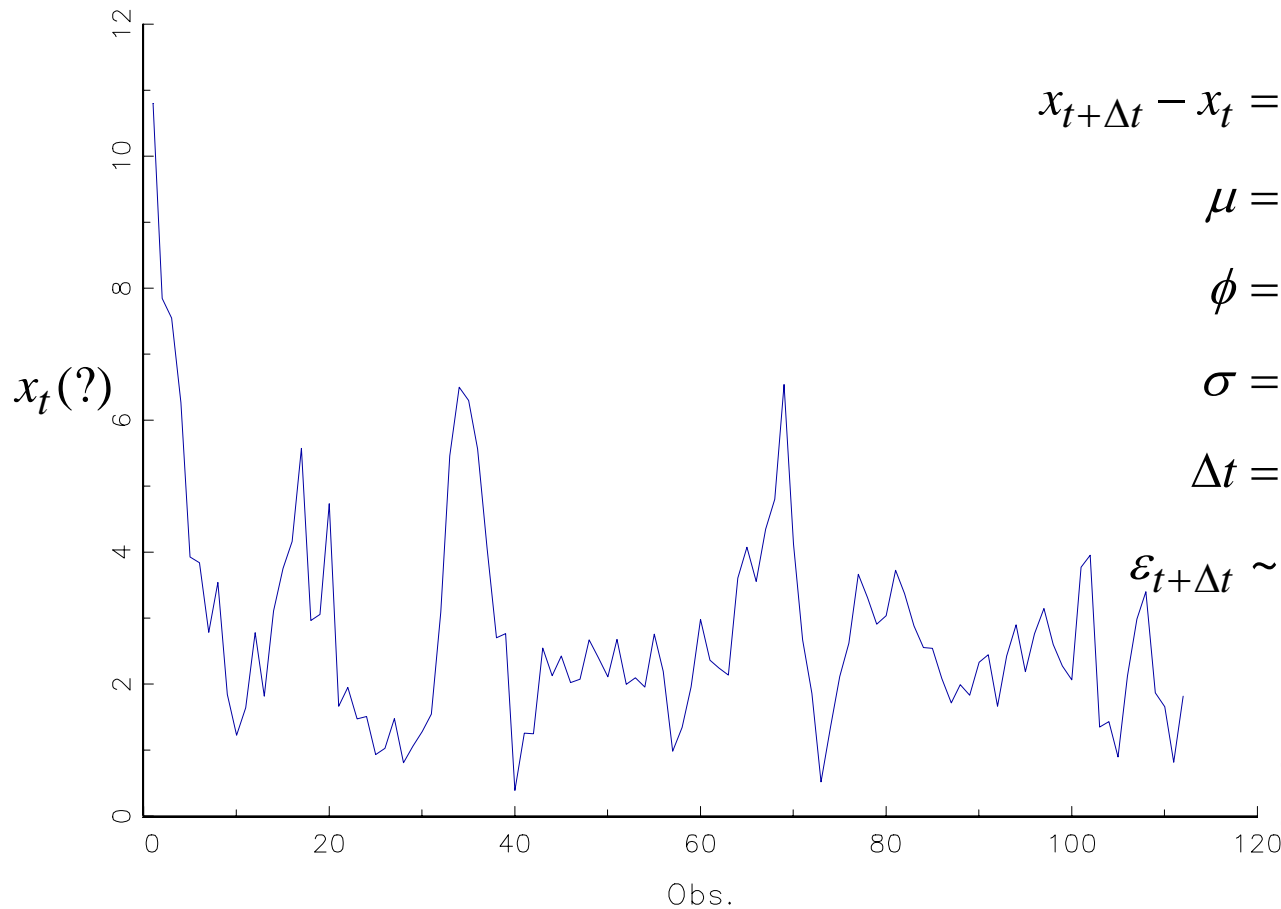
$$\Delta t = 1/4$$

$$\varepsilon_{t+\Delta t} \sim N(0,1)$$

b)

3 month CHF LIBOR  
from 01/01/1974  
to 01/01/2002,  
3-month frequency

# What is it? (6)



a) Realisation of

$$x_{t+\Delta t} - x_t = -\phi(x_t - \mu)\Delta t + \sigma\sqrt{x_t}\sqrt{\Delta t}\varepsilon_{t+\Delta t}$$

$$\mu = 3$$

$$\phi = 0.99$$

$$\sigma = 1.4$$

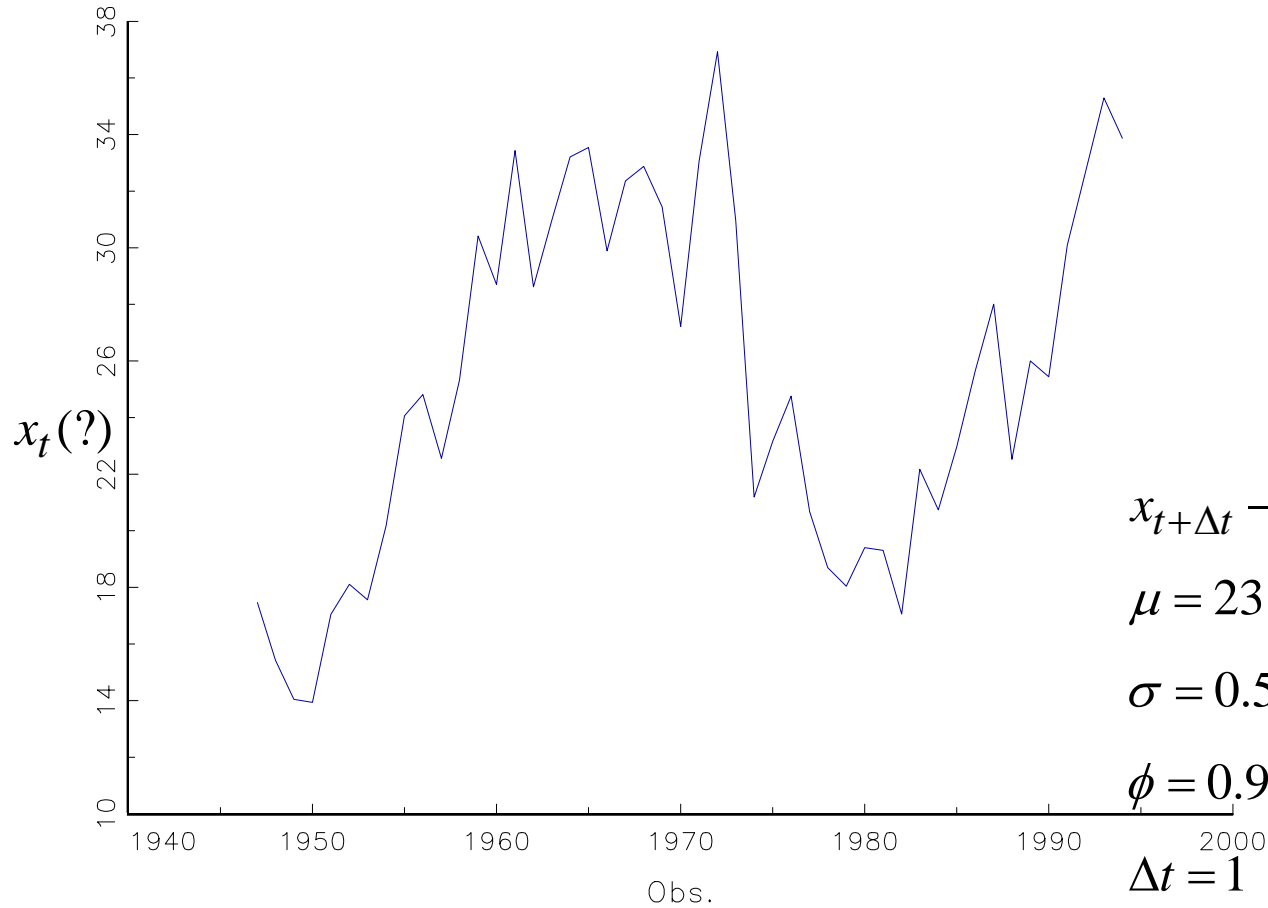
$$\Delta t = 1/4$$

$$\varepsilon_{t+\Delta t} \sim N(0,1)$$

b)

3 month CHF LIBOR  
from 01/01/1974  
to 01/01/2002,  
3-month frequency

# What is it? (7)



a)  
Price-dividend ratio S&P500  
from 12/31/1947  
to 12/31/1996,  
annual frequency

b) Realisation of

$$x_{t+\Delta t} - x_t = -\phi(x_t - \mu)\Delta t + \sigma\sqrt{\Delta t}\varepsilon_{t+\Delta t}$$

$$\mu = 23$$

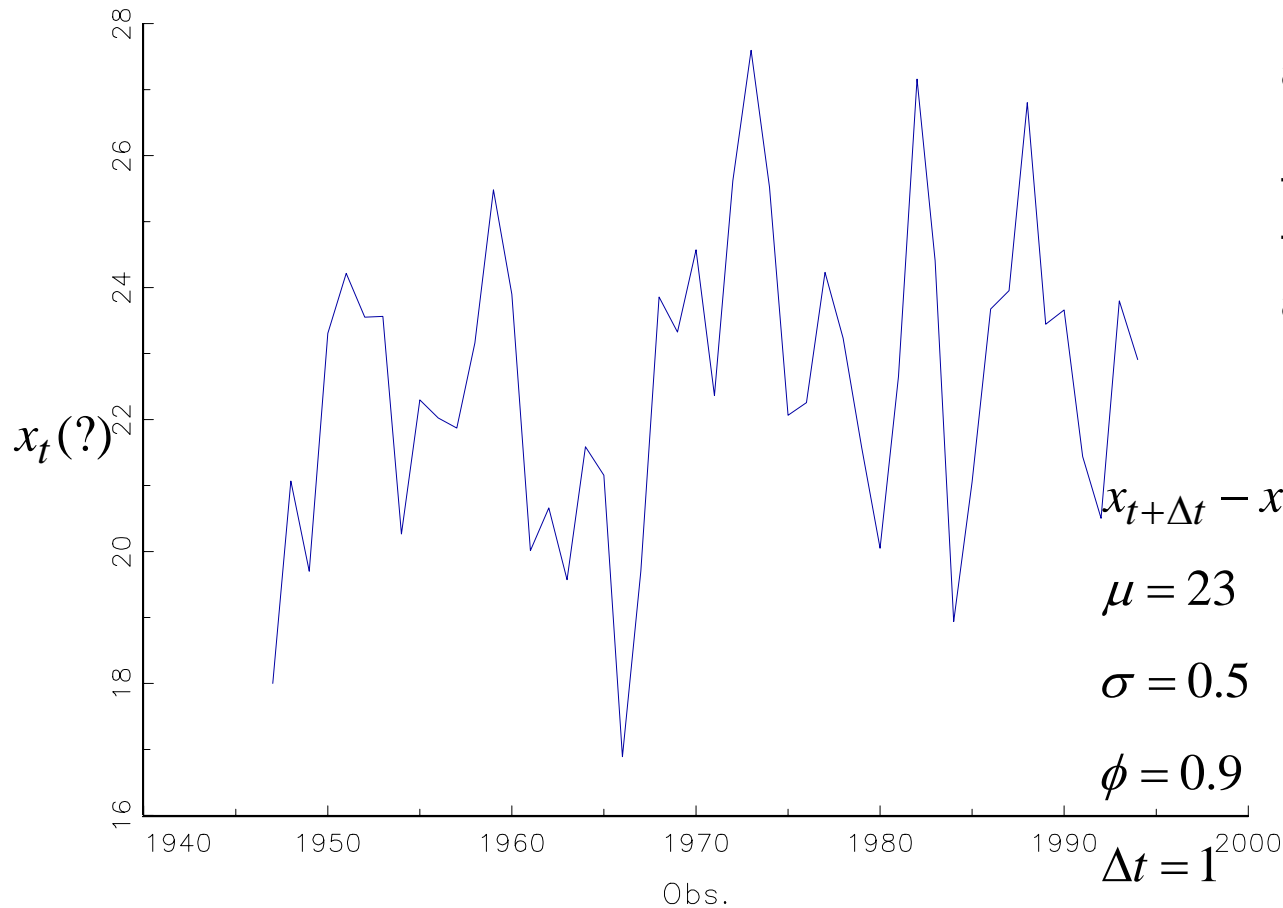
$$\sigma = 0.5$$

$$\phi = 0.9$$

$$\Delta t = 1$$

$$\varepsilon_{t+\Delta t} \sim N(0,1)$$

# What is it? (8)



a)  
Price-dividend ratio S&P500  
from 12/31/1947  
to 12/31/1996,  
annual frequency

b) Realisation of

$$x_{t+\Delta t} - x_t = -\phi(x_t - \mu)\Delta t + \sigma\sqrt{\Delta t}\varepsilon_{t+\Delta t}$$

$$\mu = 23$$

$$\sigma = 0.5$$

$$\phi = 0.9$$

$$\Delta t = 1$$

$$\varepsilon_{t+\Delta t} \sim N(0,1)$$

# Assignments

Review statistical basics (e.g. Hamilton, 1994, p.739 ff.)

Work through the famous easy pieces

(download)

Course dictionary: download from course page

Random Variables and distributions

Expectation (mean, variance, higher moments)

Joint distributions, covariance and correlation, Dependence and independence of random variables

Conditional probability and conditional distribution

Conditional expectation and independence

Hypothesis testing

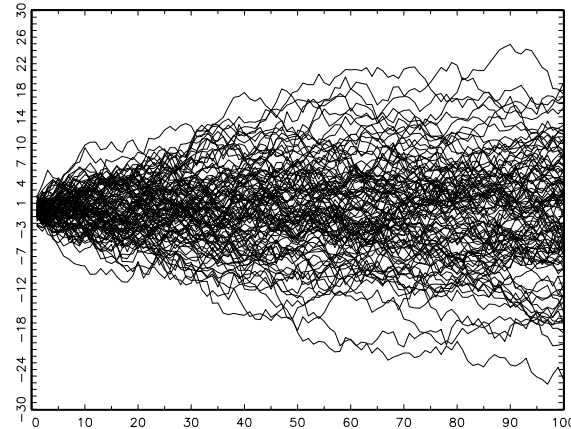
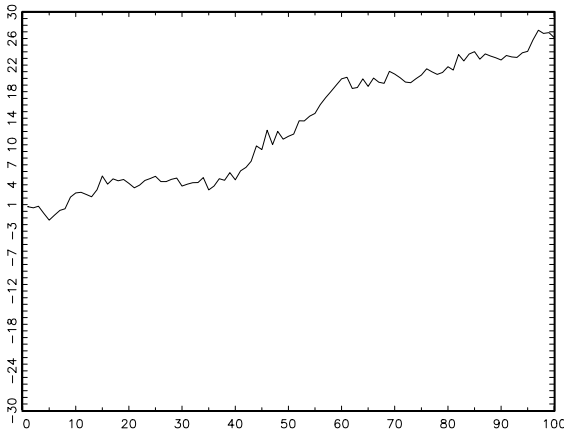
Estimation basics: OLS, Maximum Likelihood

It is important to distinguish the realisation from the process

stochastic process

$$Y_t = Y_{t-1} + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim N(0,1)$$

$$Y_0 = 0$$



Estimate by taking sample averages

$$\hat{\mu} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{100} Y_t = 6.377$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{100} (Y_t - \hat{\mu})^2 = 25.130$$

Estimate by taking ensemble averages at each point

$$\hat{\mu}_1 = \frac{1}{10000} \sum_{s=1}^{10000} Y_1^s = -0.004$$

$$\hat{\sigma}_1^2 = \frac{1}{10000} \sum_{s=1}^{10000} (Y_1^s - \hat{\mu}_1)^2 = 0.991$$

$$\hat{\mu}_{100} = \frac{1}{10000} \sum_{s=1}^{10000} Y_{100}^s = 0.023$$

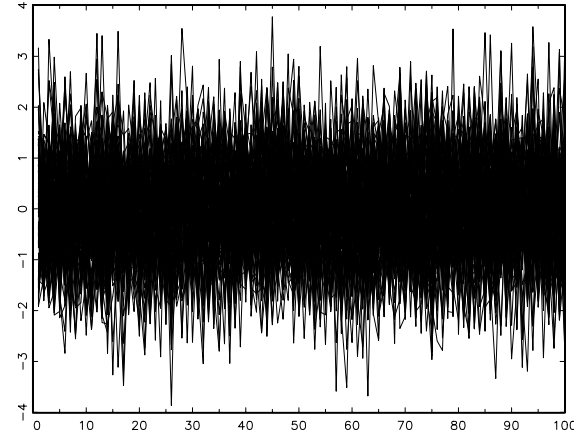
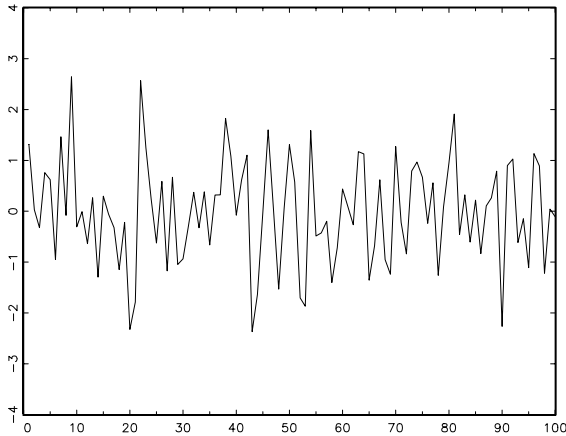
$$\hat{\sigma}_{100}^2 = \frac{1}{10000} \sum_{s=1}^{10000} (Y_{100}^s - \hat{\mu}_{100})^2 = 99.028$$

It is important to distinguish the realisation from the process

stochastic process

$$Y_t = \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim N(0,1)$$

$$Y_0 = 0$$



Estimate by taking sample averages

$$\hat{\mu} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{100} Y_t = -0.011$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{100} (Y_t - \hat{\mu})^2 = 1.065$$

Estimate by taking ensemble averages at each point

$$\hat{\mu}_1 = \frac{1}{10000} \sum_{s=1}^{10000} Y_1^s = -0.004$$

$$\hat{\sigma}_1^2 = \frac{1}{10000} \sum_{s=1}^{10000} (Y_1^s - \hat{\mu}_1)^2 = 1.001$$

$$\hat{\mu}_{100} = \frac{1}{10000} \sum_{s=1}^{10000} Y_{100}^s = 0.000$$

$$\hat{\sigma}_{100}^2 = \frac{1}{10000} \sum_{s=1}^{10000} (Y_{100}^s - \hat{\mu}_{100})^2 = 0.996$$