Prof. Schroeder-Heister **Sommersemester 2014**
René Gazzari **Universität Tübingen**

Mathematische Logik I

Blatt 1

Aufgabe 1: Geben Sie an, welche der folgenden Zeichenreihen Formeln im Sinne der DEF 1.2 sind. Begründen Sie kurz Ihre Antwort.

(a)	$((p_1 \rightarrow$	(b)	$p_1 \wedge p_2 \rightarrow p_3 \wedge p_4$
(c)	$p_1 \rightarrow p_2 \rightarrow p_3 \wedge p_4$	(d)	$(\neg((A_1 \wedge A_2) \vee A_3))$
(e)	$((p_1 \rightarrow p_2))$	(f)	$((\phi \rightarrow \psi) \rightarrow \phi) \rightarrow \phi$

Falls bei einer Formel Regeln zur Klammerersparnis angewandt wurden, geben Sie die Formel ohne Klammerersparnis an; falls die Regeln nicht angewandt wurden, wenden Sie diese soweit wie möglich an.

Aufgabe 2: Geben Sie zunächst die folgenden Formel ohne Klammerersparnis an; geben Sie dann jeweils den Strukturbaum gemäß DEF 1.7 an. Notieren Sie zudem bei jeder Teilformel im Strukturbau ihren Rang gemäß DEF 1.8.

(a) $\neg\neg(\neg\neg p_1 \rightarrow p_{15})$
(b) $(p_7 \rightarrow \neg\bot) \leftrightarrow (p_4 \wedge \neg p_2 \rightarrow p_5)$

Aufgabe 3: Für jede Formel $\phi \in \text{PROP}$ sei $K(\phi)$ die Anzahl von Vorkommen von Junktoren in der Formel ϕ. Geben Sie eine rekursive Definition der Funktion K an. Zeigen Sie anschließend die folgenden Aussagen mithilfe der Induktion über dem Formelaufbau von ϕ.

(a) Für alle $\phi \in \text{PROP}$ gilt: $r(\phi) \leq K(\phi)$.

(b) Für alle $\phi \in \text{PROP}$ gilt: $|\mathbf{sub}(\phi)| \leq 2 \cdot K(\phi) + 1$

Dabei ist $r(\phi)$ der Rang der Formel ϕ (DEF 1.8) und $\mathbf{sub}(\phi)$ die Menge ihrer Teilformeln (DEF 1.9) und $|\mathbf{sub}(\phi)|$ die Anzahl der Elemente dieser Menge.

Abgabe der Lösungen am Mittwoch, dem 23. April.