

**Aufgabe 1** (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass für jedes Modell  $\mathfrak{M}$  und jede Welt  $u \in |\mathfrak{M}|$  gilt:

$$\mathfrak{M}, u \models \Diamond \neg A \iff \mathfrak{M}, u \models \neg \Box A$$

Zeigen Sie zugleich auch  $\mathfrak{M}, u \models \Box \neg A \iff \mathfrak{M}, u \models \neg \Diamond A$ .

**Aufgabe 2** (4 Punkte)

Für welchen der beiden logischen Folgerungsbegriffe ( $\models^l$  und  $\models^g$ ) gilt, dass  $\Box \Box p \rightarrow p$  aus  $\Box p \rightarrow p$  logisch folgt? Für welchen nicht? Zeigen Sie dies.

**Aufgabe 3** (4 Punkte)

Zeigen Sie: Wenn  $\langle W, R \rangle \models A \rightarrow \Box \Diamond A$ , dann ist  $R$  symmetrisch.

**Aufgabe 4** (8 Punkte)

Zeigen Sie für alle Modelle, die auf Äquivalenzrahmen beruhen:

- (a) (i)  $\Diamond A \models_{\text{äq}} \Box \Diamond A$
- (ii)  $\Box \Diamond A \models_{\text{äq}} \Diamond A$  (2 Punkte)
- (b) (i)  $\Diamond A \models_{\text{äq}} \Diamond \Diamond A$
- (ii)  $\Diamond \Diamond A \models_{\text{äq}} \Diamond A$  (2 Punkte)
- (c) (i)  $\Box A \models_{\text{äq}} \Diamond \Box A$
- (ii)  $\Diamond \Box A \models_{\text{äq}} \Box A$  (2 Punkte)
- (d) (i)  $\Box A \models_{\text{äq}} \Box \Box A$
- (ii)  $\Box \Box A \models_{\text{äq}} \Box A$  (2 Punkte)