

Kapitel 1

Einleitung

In diesem Grundkurs über Physik, der die vormals getrennten Vorlesungen "Experimentalphysik" und "Theoretische Physik" integriert, wollen wir Sie mit grundlegenden physikalischen Phänomenen vertraut machen und gleichzeitig die theoretischen Methoden zur Beschreibung und zum Verständnis dieser Phänomene entwickeln. Wir werden dabei mit so grundlegenden Begriffen wie "Raum" und "Zeit" beginnen und uns dann im Detail der "Mechanik" widmen, der Lehre von der Bewegung und der Verformung von Körpern unter dem Einfluss unterschiedlicher Kräfte.

1.1 Raum, Zeit und Koordinatensysteme

sind Begriffe, die Ihnen aus ihrem täglichen Leben wohlvertraut sind. Sie können sich auf der Erdoberfläche ohne große Schwierigkeiten in den zwei Dimensionen bewegen, und - wenn gleich mit etwas größerem Aufwand - auch nach "oben" oder "unten". Der Raum in unserem täglichen Leben hat also **3 Dimensionen**.

Einem ganz bestimmten Ort im Raum werden Sie im allgemeinen durch **Koordinaten** angeben, z. B. "Tübingen, Auf der Morgenstelle, Gebäude D, Raum P40". Diese Koordinatenangabe ist zugegebenermaßen etwas kryptisch. Sie brauchen wahrscheinlich einige Übung, um mit dieser Angabe den damit angegebenen Ort tatsächlich zu finden. Wir werden daher in diesem Kurs Koordinatensysteme verwenden, die etwas durchschaubarer sind als das eben genannte Beispiel.

Bleibt noch die "Zeit" zu erwähnen. Sie "verstreicht", bietet Ihnen aber keine Möglichkeit, sich darin aktiv vor- oder zurückzubewegen. Auch für die Zeit verwenden Sie Koordinaten - etwa die Uhrzeit - um einen bestimmten Zeitpunkt zu kennzeichnen.

Wir können an dieser Stelle "Raum" und "Zeit" nicht wesentlich präziser fassen. Was wir aber tun können, ist uns mit der Art und Weise beschäftigen, mit denen wir Längen und Zeiten bestimmen.

Beginnen wir mit den Längen. Um die Länge eines Gegenstands oder auch den Abstand eines Gegenstands von einem anderen zu bestimmen benötigen wir zunächst eine "**Einheitslänge**". Wir wollen dann Längen und Abstände in Bruchteilen oder auch Vielfachen dieser Einheit angeben.

Das Einheitensystem, auf das man sich international geeinigt hat, ist das **SI-System** (Système Internationale). In diesem System werden **Längen** in Meter ausgedrückt. Es sei hier aber gleich darauf hingewiesen, dass noch eine ganze Reihe weiterer Einheitensysteme in Gebrauch sind. So werden beispielsweise Längen manchmal in "Zoll", "Fuß", "Meilen" oder auch "Angström" angegeben. Besonders erwähnenswert ist das "**cgs-System**". Dieses wird in der Physik häufig verwendet. Es gibt Längen in Zentimeter ("c"), Massen in Gramm ("g") und die Zeit in Sekunden ("s") an. Weitere cgs-Einheiten werden wir im Verlauf dieses Kurses angeben.

Bleiben wir aber zunächst bei der **Definition "1 Meter"**. 1 Meter war bis Ende des 18. Jh. als der 10^{-7} -te Teil des (ungenau gemessenen) Meridianquadrants (d. h. der Entfernung Äquator-Pol) festgelegt. Auf der Basis dieser Definition benutzte man später das **Urmeter**, einen beim Bureau International des Poids et Mesure in Sèvres bei einer Temperatur¹ von 0°C aufbewahrten Pt-Ir-Stab. Die Abb. 1.1 zeigt ein Bild dieses Stabs, sowie des Bureau International des Poids et Mesure.



Abbildung 1.1: Das "Urmeter" (links) im "Bureau International des Poids et Mesures" in Sèvres (rechts)

Mit wachsenden Anforderungen an die Messgenauigkeit wurde das Urmeter durch eine Definition ersetzt, die auf der Wellenlänge des roten Lichts basiert, das Cadmium-Atome ausstrahlen können. Demnach war 1 Meter ab 1927 das 1553164.13-fache dieser Wellenlänge. 1960 wurde das von Krypton-Atomen ausgesandte Licht als Definition verwendet; präzise war 1 Meter definiert als das 1650763.73-fache der Vakuumwellenlänge des orangefarbenen Lichts beim Übergang $5d_5 \rightarrow 2p_{10}$ des Isotopes ^{86}Kr .² Seit 1983 basiert die Definition des Meters auf der Geschwindigkeit c des Lichts im Vakuum. Diese Geschwindigkeit ist

¹Gegenstände dehnen sich i. allg. mit wachsender Temperatur aus. Deshalb muss die Temperatur sehr genau spezifiziert werden.

²Diese Definition ist - ähnlich wie die Definition der Sekunde, die wir weiter unten einführen werden - an dieser Stelle sicher nur schwer nachvollziehbar. Sie werden aber die zu Grunde liegende Physik bis zum Ende des 4. Semesters (hoffentlich) beherrschen.

eine nach unserem Wissen unveränderliche Naturkonstante. Sie ist mit einer sehr hohen Genauigkeit messbar. Demnach legt das Licht 299792458 Meter in der Sekunde zurück und wir erhalten:

$$1 \text{ m} = c/299792458 \cdot 1 \text{ s} \quad (1.1)$$

Die Definition des Meters ist damit über die Lichtgeschwindigkeit c auf die Definition und die Messgenauigkeit der Sekunde zurückgeführt. Dies ist sinnvoll, da man Zeiten wesentlich genauer messen kann als Längen.

”1 Sekunde” ist die **Basiseinheit der Zeit** sowohl im SI- als auch im cgs-System.

Seit 1967 ist 1 Sekunde das 9192631770-fache der Periodendauer der elektromagnetischen Strahlung, die beim Übergang zwischen den beiden Hyperfeinstruktur-niveaus des Grundzustandes von Atomen des Nuklids ^{133}Cs ausgesandt bzw. absorbiert wird. Vorher war die Sekunde als das $(1/31556925.9747)$ -fache des tropischen Sonnenjahrs am 1. 1. 1900 definiert. Mit Atomuhren können heute Zeitangaben mit einer relativen Genauigkeit im Bereich von $\pm 10^{-15}$ gemacht werden. Tatsächlich benötigt man diese Genauigkeit für einige spezielle Anwendungen. Denken Sie aber daran, dass im täglichen Leben genauso wie bei (fast) allen Messungen Angaben mit einer solchen Genauigkeit völliger Unsinn wären. Messungen sind immer mit gewissen Messfehlern behaftet, wie wir gleich im Detail sehen werden. Es macht keinen Sinn, Messgrößen wesentlich genauer als diese Messunsicherheit anzugeben!

Bevor wir uns Messfehlern und der Art und Weise, wie Längen und Zeiten bestimmt werden können zuwenden, wollen wir hier noch einige **allgemeine Anmerkungen** machen. Zunächst wollen wir die **dekadische Unterteilung der Grundeinheiten** angeben. So bezeichnen wir beispielsweise den 10^{-3} -ten Teil eines Meters als 1 Millimeter (1 mm), den 10^{-3} -ten Teil einer Sekunde als 1 Millisekunde (1 ms) usw. Ganz analog wird das 10^3 -fache eines Meters als 1 Kilometer (1 km) bezeichnet. Weitere Einteilungen, die den Bereich vom 10^{-18} bis zum 10^{18} -fachen der Grundeinheit abdecken, sind in Tab. 1.1 aufgelistet.

Tabelle 1.1: Die dekadische Unterteilung der Grundeinheiten

| Zehnerpotenz | Vorsilbe | Kurzzeichen | Zehnerpotenz | Vorsilbe | Kurzzeichen |
|--------------|----------|-------------|--------------|----------|-------------|
| 10^{-1} | Dezi | d | 10^1 | Deka | da |
| 10^{-2} | Zenti | c | 10^2 | Hekto | h |
| 10^{-3} | Milli | m | 10^3 | Kilo | k |
| 10^{-6} | Mikro | μ | 10^6 | Mega | M |
| 10^{-9} | Nano | n | 10^9 | Giga | G |
| 10^{-12} | Piko | p | 10^{12} | Tera | T |
| 10^{-15} | Femto | f | 10^{15} | Peta | P |
| 10^{-18} | Atto | a | 10^{18} | Exa | E |

Anmerkung 2 betrifft ganz spezielle Längeneinheiten, die gelegentlich verwendet werden:

1 fm (1 Fermi = 1 Femtometer): 10^{-15} m (der Durchmesser eines Atomkerns beträgt ca. 1 fm)

1 Å (1 Angström): 10^{-10} m (typischer Atomdurchmesser: 1 bis einige Å)

1 Lichtsekunde: $3 \cdot 10^8$ m

1 AE (Astromische Einheit = Abstand Erde-Sonne): $1.5 \cdot 10^{11}$ m

1 Lichtjahr: $9.47 \cdot 10^{15}$ m

1 Parsec (Parallaxensekunde): 3.26 Lichtjahre= $3.086 \cdot 10^{16}$ m

Anmerkung 3 schließlich betrifft unsere "tägliche" Erfahrung mit Raum und Zeit. Man hat erkannt, dass Raum und Zeit unter gewissen Bedingungen eine sehr nichttriviale Struktur haben können. Dies passiert beispielsweise

- bei Geschwindigkeiten, die vergleichbar mit c werden (\rightarrow spezielle Relativitätstheorie)
- in starken Gravitationsfeldern (\rightarrow allgemeine Relativitätstheorie)
- bei sehr großen Abständen und Zeiten (im Bereich 10^{10} (Licht-)jahre \approx Größe d. Universums)
- bei sehr kleinen Dimensionen

Man kann aus drei fundamentalen Naturkonstanten:

$G=6.672 \cdot 10^{-11}$ Nm²kg⁻²: Gravitationskonstante

$h=6.626 \cdot 10^{-34}$ Js: Planck'sches Wirkungsquantum

$c=2.998 \cdot 10^8$ m/s: Lichtgeschwindigkeit im Vakuum

eine Länge, die sog. "Planck-Skala", $l_P = \sqrt{Gh/c^3} \approx 10^{-35}$ m bilden. Bei diesen Abständen versagt die uns bekannte Beschreibung der Physik. Es wird in diesem Zusammenhang auch diskutiert, ob der Raum mehr als drei Dimensionen hat.

1.2 Messung von Längen und Zeiten

1.2.1 Messgenauigkeit und Messfehler

Wir wollen zunächst einige allgemeine Anmerkungen zu "Messungen" machen. Wesentlich ist, dass jede Messung nur eine begrenzte Genauigkeit, sowie Fehlerquellen hat. Man unterscheidet dabei zwei unterschiedliche Arten von Messfehlern:

- "systematischer" Fehler: Er tritt dadurch auf, dass die Messgröße selbst bei genauestem Ablesen des Maßstabs falsch bestimmt wird. Ein einfaches Beispiel hierfür wäre das Anlegen eines falsch geeichten Maßstabs oder die Zeitbestimmung durch eine ungenau gehende Uhr. In diesen beiden Fällen kann man beispielsweise zwei unterschiedliche Uhren heranziehen, um den Fehler abzuschätzen. Ein weiteres, weniger triviales Beispiel ist die systematische Verfälschung einer Messung durch den Einfluss nicht berücksichtigter oder falsch berücksichtigter Effekte. Diese Fehler sind, wie man sich vorstellen kann, oft nur sehr schwer abzuschätzen.
- "statistischer" Fehler: Der "statistische" oder "zufällige" Fehler tritt dadurch auf, dass eine Messgröße, etwa durch ungenaues Ablesen des Maßstabs oder durch zufällige Störeinflüsse bei wiederholter Messung mit dem gleichen Maßstab bei jeder Messung leicht unterschiedliche Ergebnisse liefert. Beispielsweise könnte bei der Messung eines 1 m langen Gegenstands die erste Messung 99 cm ergeben, die zweite 1,01 m, die dritte 99,5 usw. Misst man eine Größe sehr häufig und trägt die Messwerte in einem "Histogramm" auf, so könnte sich folgendes Bild ergeben:

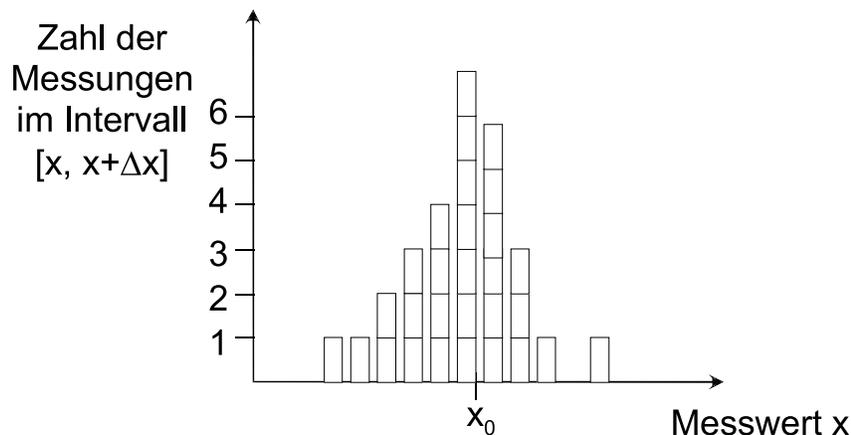


Abbildung 1.2: *Qualitatives Histogramm der Verteilung von Messwerten, wie sie bei wiederholter Messung einer Größe x gewonnen worden sein könnten. Der "wahre" Wert der Größe sei x_0 (z. B. $x_0 = 1$ m). Im Histogramm werden Messwerte, die zwischen dem Wert x und dem Wert $x + \Delta x$ liegen (z. B. zwischen 98 cm und 99 cm) als ein Balken zwischen x und $x + \Delta x$ in das Diagramm eingetragen. Liegen n Messwerte in diesem Intervall, bekommt der Balken die Höhe n . Es ergibt sich eine Verteilung der Messwerte, das - solange keine großen systematischen Fehler vorliegen - ein Maximum um den Wert x_0 herum aufweist.*

Wesentlich ist nun, dieser statistische Fehler durch wiederholte Messung³ verbesserbar ist, wie man schon aus Abb. 1.2 intuitiv schließen kann.

Wir wollen an dieser Stelle einige grundlegende Größen bei der Bestimmung von Messwerten einführen. Wir nehmen an, eine Größe x (z. B. Länge L eines Gegenstands) werde N mal gemessen. Der n -te Messwert sei x_n , mit $n = 1, \dots, N$.

Der **Mittelwert** über alle Messungen ist gegeben durch:

$$\langle x \rangle = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x_n \quad (1.2)$$

Die **Streuung der Messwerte** definieren wir durch:

$$(\delta x)^2 = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (x_n - \langle x \rangle)^2 \quad (1.3)$$

Man bezeichnet diese Größe δx oft auch als ”**Standardabweichung**” σ . Man beachte, dass hierbei über die Quadrate der Abweichungen der einzelnen Messwerte vom Mittelwert gemittelt wird.

Bei zufälliger Streuung der Messwerte können wir den Ausdruck wie folgt umformen:

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= (\delta x)^2 = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (x_n - \langle x \rangle)^2 = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (x_n^2 - 2x_n \langle x \rangle + \langle x \rangle^2) \\ &= \left(\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x_n^2 \right) - \left(\frac{2\langle x \rangle}{N} \sum_{n=1}^N x_n \right) + \langle x \rangle^2 = \langle x^2 \rangle - 2\langle x \rangle^2 + \langle x \rangle^2 \\ &= \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2 \end{aligned} \quad (1.4)$$

Das Quadrat der Standardabweichung ist also gegeben durch den Mittelwert von x^2 abzüglich des Quadrates des Mittelwerts.

Genauere Aussagen zu treffen ist eine Aufgabe der mathematischen Statistik.

Man kann sich zunächst vorstellen, dass *sehr* viele Messwerte x_n aufgenommen wurden (im Idealfall unendlich viele). Wir können dann ein Histogramm erzeugen, bei dem die Intervalle Δx , innerhalb derer die Messwerte zu summieren sind, sehr fein gewählt sind, da ja sehr viele Messwerte zur Verfügung stehen⁴. Im Grenzfall unendlich vieler Messwerte können wir Δx sogar gegen null gehen lassen. Wir bezeichnen dieses unendlich kleine Intervall als ” dx ”.

In einem derart fein unterteilten Histogramm ist die Einhüllende der einzelnen Balken eine kontinuierliche glatte Kurve $p(x)$.

Man kann nun die Einheiten für $p(x)$ so wählen, dass $p(x)$ gerade die Wahrscheinlichkeit - genauer gesagt, die Wahrscheinlichkeits*dichte* - dafür angibt, dass man bei einer

³Man erfasst dabei Messwerte üblicherweise per Computer, so dass es kein Problem ist, auch sehr viele Daten aufzunehmen.

⁴Hätten wir in Abb. 1.2 die Unterteilung zu fein gewählt, so hätten wir in wahrscheinlich in jedem Intervall nur einen Messwert erhalten, was nicht sehr hilfreich gewesen wäre.

bestimmten Einzelmessung einen Wert zwischen x und $x + dx$ findet. Hierzu ist wie folgt vorzugehen:

Es sei $P(x)$ die Einhüllende des Histogramms, die noch nicht geeignet normiert ist. Wir suchen dann einen Normierfaktor N so, dass $p(x)$ die gesuchte Wahrscheinlichkeit angibt: $p(x) = N \cdot P(x)$.

Wir wissen nun, dass die Wahrscheinlichkeit gleich 1 ($1 = \text{''sicher''}$) ist, dass der Messwert irgendwo zwischen $-\infty$ und ∞ liegt⁵. Wären unsere Intervalle Δx endlich groß, müssten wir über alle Intervalle aufsummieren und verlangen, dass die Summe gleich 1 ist. Im Grenzfall unendlich kleiner Intervalle dx gehen wir zur Integration über. Wir verlangen für $p(x)$:

$$\int_{-\infty}^{\infty} p(x) \cdot dx = 1 \quad (1.5)$$

Man beachte, dass das Produkt $p(x) \cdot dx$ eine dimensionslose Zahl ergibt. Falls x bzw. dx die Einheit einer Länge hat, hat also $p(x)$ die Dimension $1/\text{Länge}$. Daher auch die Bezeichnung Wahrscheinlichkeitsdichte. Wie erhalten mit $p(x) = N \cdot P(x)$ für N die Bedingung:

$$N \cdot \int_{-\infty}^{\infty} P(x) \cdot dx = 1 \quad (1.6)$$

oder

$$N = \frac{1}{\int_{-\infty}^{\infty} P(x) \cdot dx} \quad (1.7)$$

Man findet, dass zufällige Messfehler oft "normalverteilt" (auch: "Gauß-verteilt") sind und durch die Funktion

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-(x-\langle x \rangle)^2/(2\sigma^2)} \quad (\text{"Gauß-Verteilung" oder "Normal-Verteilung"}) \quad (1.8)$$

beschrieben werden.

Es gilt hierbei zunächst:

$$\int_{-\infty}^{\infty} p(x) \cdot dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-(x-\langle x \rangle)^2/(2\sigma^2)} \cdot dx \quad (1.9)$$

Um das Integral auswerten zu können, wählen wir anstelle der dimensionsbehafteten Variablen x die Variable $\xi = (x - \langle x \rangle)/\sigma$ (wir könnten auch sagen, wir messen x in Einheiten von σ).

Es gilt: $dx/\sigma = d\xi$. Auch die Variable ξ läuft von $-\infty$ bis ∞ . Das Integral schreibt sich damit:

⁵Das Symbol ∞ steht für "unendlich".

$$\int_{-\infty}^{\infty} p(x) \cdot dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\xi^2/2} \cdot d\xi \quad (1.10)$$

Das Integral $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\xi^2/2} \cdot d\xi$ kann analytisch berechnet werden und liefert den Wert $\sqrt{2\pi}$. Die Funktion $p(x)$ ist also richtig normiert.

Die Abb. 1.3 zeigt die Funktion $p(\xi)$. Ihr Maximalwert beträgt $1/\sqrt{2\pi}$ für $\xi = 0$.

Für $x - \langle x \rangle = \sigma$ (bzw. $\xi = 1$) liefert $p(\xi)$ den Wert $e^{-1/2}/\sqrt{2\pi} \approx 0.607/\sqrt{2\pi} \approx 0.24$.

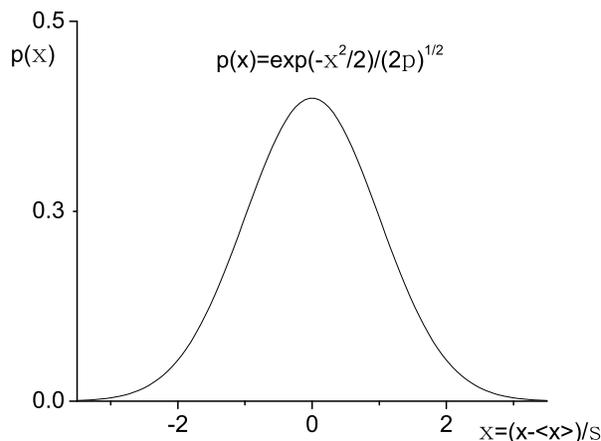


Abbildung 1.3: Gauss-Verteilung $p(\xi)$

Einige weitere interessante Eigenschaften der Gauß-Verteilung seien hier nur kurz erwähnt:

- ein einzelner Messwert weicht im Durchschnitt um σ vom Mittelwert ab
- der Mittelwert aus N Messungen weicht im Durchschnitt um σ/\sqrt{N} vom Mittelwert ab, d. h. der **Messfehler verbessert sich proportional zu $1/\sqrt{N}$** .
- 68 % aller Messungen liegen innerhalb $\pm\sigma$.
(dies entspricht dem Integral $\int_{\langle x \rangle - \sigma}^{\langle x \rangle + \sigma} p(x) dx$)
- 99.7 % aller Messungen liegen innerhalb $\pm 3\sigma$.
(dies entspricht dem Integral $\int_{\langle x \rangle - 3\sigma}^{\langle x \rangle + 3\sigma} p(x) dx$)

Zum Schluss unserer Betrachtungen über Messfehler wollen wir uns mit der Frage beschäftigen, wie sich der Fehler einer aus mehreren Messgrößen berechneten Größe ergibt, etwa dem Verhältnis $v = x/t$ aus den zwei (fehlerbehafteten) Messgrößen x und t . Man spricht hier auch von **Fehlerfortpflanzung bei abgeleiteten Größen**.

Im Beispiel sollen die Messungen sowohl von x als auch von t um die Mittelwerte $\langle x \rangle$ bzw. $\langle t \rangle$ schwanken. Wie ergibt sich nun der Fehler der berechneten Größe $v = x/t$?

- Wir nehmen zunächst an, t sei exakt und der gerade gemessene Wert von x weiche um $\pm\delta x$ vom Mittelwert $\langle x \rangle$ ab. Wir bezeichnen die Abweichung von v vom "wahren" Wert als δv_t . Damit erhalten wir:

$$v \pm \delta v_t = (x \pm \delta x)/t = v \pm \delta x/t \quad \rightarrow \quad \delta v_t = \delta x/t. \quad (1.11)$$

Der Fehler δv_t ist also direkt proportional zu δx .

- Falls umgekehrt x exakt ist und der Messwert für t um $\pm\delta t$ abweicht, erhalten wir:

$$v \pm \delta v_x = \frac{x}{t \pm \delta t} = \frac{x}{t} \frac{1}{1 \pm \delta t/t}. \quad (1.12)$$

Wir wollen nun annehmen, dass das Verhältnis $\delta t/t \ll 1$ sei. Die Funktion $\frac{1}{1 \pm \delta t/t}$ schreiben wir wie folgt um:

$$\frac{1}{1 \pm \delta t/t} = \frac{1 \mp \delta t/t}{(1 \pm \delta t/t) \cdot (1 \mp \delta t/t)} = \frac{1 \mp \delta t/t}{1 - (\delta t/t)^2} \approx 1 \mp \delta t/t \quad (1.13)$$

Im letzten Schritt haben wir die Größe $(\delta t/t)^2$ vernachlässigt. Sie ist quadratisch kleiner als die schon als klein angenommene Größe $\delta t/t$.

Damit erhalten wir:

$$v \pm \delta v_x \approx \frac{x}{t} (1 \mp \frac{\delta t}{t}) = v \mp \frac{x \delta t}{t^2} = v (1 \mp \frac{\delta t}{t}) \quad (1.14)$$

Den **Gesamtfehler** können wir nun **entweder** dadurch abschätzen, dass wir die **Beträge** $|\delta v_x|$ und $|\delta v_t|$ **addieren**:

$$|\delta v| = |\delta v_x| + |\delta v_t| = \left| \frac{\delta x}{t} \right| + \left| v \frac{\delta t}{t} \right| \quad (1.15)$$

oder deren **Betragsquadrate addieren**:

$$(\delta v)^2 = (\delta v_x)^2 + (\delta v_t)^2 = \left(\frac{\delta x}{t} \right)^2 + \left(v \frac{\delta t}{t} \right)^2 \quad (1.16)$$

Beide Varianten werden in der Literatur benutzt.

Es sei hier weiter erwähnt, dass man die Näherung $\frac{1}{1 \pm \delta t/t} \approx 1 \mp \delta t/t$ auch wesentlich direkter durch die sogenannte **Taylor-Entwicklung** hätte erhalten können:

Wir nehmen hierzu an, die Funktion $f(x)$ sei beliebig oft differenzierbar und bezeichnen mit $f^{(n)}(x)$ die n -te Ableitung von $f(x)$. Man kann dann zeigen, dass sich $f(x)$ wie folgt als Polynom schreiben lässt:

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!} \cdot (x - x_0)^n \quad (1.17)$$

Hierbei ist $n!$ die "Fakultät", d. h. das Produkt $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$. Man bezeichnet obige Reihe als die Taylor-Entwicklung um den Wert x_0 . Bricht man die Reihe nach N Gliedern

ab, so ist dennoch die Abweichung von $f(x)$ in der Nähe des Wertes x_0 klein. Explizit auf die Funktion $f(x) = \frac{1}{1 \pm x}$ angewandt erhalten wir, wenn wir die Variable $\delta t/t$ als x bezeichnen:

0-te Ableitung von $f(x)$ an der Stelle $x = 0$ (d. h. $\delta t = 0$): $f^{(0)}(0) = 1$

1-te Ableitung von $f(x)$ an der Stelle $x = 0$: $f^{(1)}(x = 0) = \mp \frac{1}{(1 \pm x)^2} \Big|_{x=0} = \mp 1$

2-te Ableitung von $f(x)$ an der Stelle $x = 0$: $f^{(2)}(x = 0) = 2 \frac{1}{(1 \pm x)^3} \Big|_{x=0} = 2$

(usw.)

Damit ergibt sich:

$$f(x) = 1 \mp \frac{1}{1}x + \frac{2}{2}x^2 \mp \dots \quad (1.18)$$

Mit der Ersetzung $x \rightarrow \delta t/t$ erhalten wir unser altes Ergebnis zurück, wenn wir die Reihe nach dem zweiten Glied abbrechen.

Kehren wir nach diesem kurzen Exkurs zur Fehlerfortpflanzung zurück. Wir betrachten jetzt eine allgemeine Größe Messgröße $y = f(x_1, x_2, \dots, x_N)$, die sich aus den N Messgrößen x_1 bis x_N berechnet. Wir können jetzt den Fehler δy dieser Größe mit Hilfe der ersten "partiellen" Ableitungen $\frac{\partial f}{\partial x_n}$ der Funktion f nach den jeweiligen Variablen x_n als

$$(\delta y)^2 = \sum_{n=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_n} \delta x_n \right)^2 \quad (1.19)$$

schreiben⁶. Bei der Ableitung $\frac{\partial f}{\partial x_n}$ nach der Variablen x_n sind alle anderen Variablen x_m mit $m \neq n$ konstant zu halten.

Wir wollen hiermit unsere allgemeine Betrachtung von Messfehlern vorläufig abschließen und uns realen **Längenmessungen auf verschiedenen Skalen** zuwenden.

1.2.2 Messung mittlerer und kleiner Abstände

Zurückgehend auf die Definition des Meters über die festgelegte Lichtgeschwindigkeit im Vakuum, c (siehe die Definition in Gleichung 1.1), können Längen über die Laufzeit bestimmt werden, die ein Lichtpuls für die zu vermessende Strecke benötigt. In der Praxis ist dieses Verfahren aber für kleine Längen weniger geeignet, da die Laufzeiten aufgrund der hohen Lichtgeschwindigkeit extrem kurz sind. Man kann aber eine andere Technik benutzen, die ebenfalls auf die Definition des Meters über die Lichtgeschwindigkeit zurückgreift. Über die Beziehung $\lambda = c/\nu$ hängt die Wellenlänge λ einer elektromagnetischen Welle mit der Frequenz ν zusammen. Kennt man die Frequenz und damit die Wellenlänge einer bestimmten Quelle für elektromagnetische Wellen, so kann man mit Hilfe optischer Interferometer eine zu bestimmende Länge in Einheiten dieser Wellenlänge λ bestimmen und den Wert anschließend in Meter umrechnen.

⁶Der Einfachheit halber beschränken wir uns auf die Variante 2 (Addition der Betragsquadrate) der Berechnung der Fehlerfortpflanzung.

Für Längenmessungen im täglichen Leben stehen uns praktische, geeichte Sekundärnormale zur Verfügung. Als Beispiele seien hier die folgenden Maßstäbe aufgeführt, die für verschiedene Längenbereiche besonders geeignet sind:

0.1 mm ... km: Mikrometerschraube/Schieblehre/Meterstab/km-Zähler, usw.

1 μm ... cm: Skala im Mikroskop

1 nm ... cm: Skala im Raster-Elektronenmikroskop

0.1 nm ... mm: Skala im Rasterkraft-/Rastertunnelmikroskope

0.1 nm ... 1 μm Skala im Transmissions-Elektronenmikroskop

In Bezug auf Meterstab, Schieblehre usw. ist "anlegen" durchaus wörtlich gemeint. Im Mikroskop und den weiteren Verfahren wird in der Regel per Computer ein vorher geeichter Maßstab eingeblendet.

Die folgenden Abbildungen geben einige Beispiele für die verschiedenen Verfahren wieder.

Abb. 1.4 zeigt die Aufnahme eines "Einzelelektronen-Transistor", der auf Silizium strukturiert wurde.

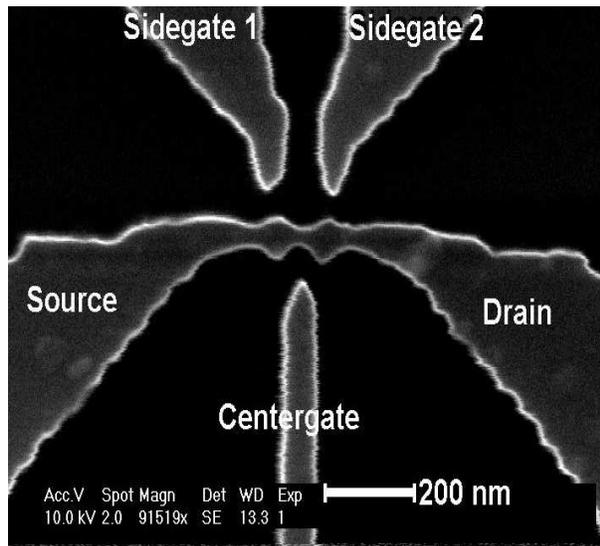


Abbildung 1.4: Aufnahme eines "Einzelelektronen-Transistors" mit dem Raster-Elektronenmikroskop (D. Wharam, D. Kern, Institut für Angewandte Physik)

Die kleinsten Abmessungen der Struktur liegen im Bereich weniger nm. Mit derartigen Strukturen sollen Transistoren auf der Basis der Bewegung einzelner Elektronen realisiert werden. Im **Raster-Elektronenmikroskop** selbst wird ein sehr feiner Elektronenstrahl auf die Probe gebündelt. Von der Probe werden daraufhin Elektronen und auch Röntgenstrahlung emittiert, die von entsprechenden Detektoren nachgewiesen werden. Der Elektronenstrahl wird Punkt für Punkt über die Probe gerastert, so dass schließlich ein Bild wie das in Abb. 1.4 gezeigte entsteht.

Die Abb. 1.5 zeigt ein Beispiel für eine Aufnahme mit dem **Raster-Tunnelmikroskop**. Hier wird eine sehr feine Spitze über die Probenoberfläche bewegt und Punkt für Punkt der Strom gemessen, der zwischen Spitze und Probenoberfläche fließt. Der Strom hängt sehr empfindlich vom Abstand zwischen Spitze und Oberfläche ab und liefert somit stark vereinfacht gesagt ein "Höhenprofil" der Oberfläche. Mit der Spitze des Raster-Tunnelmikroskops lassen sich einzelne Atome nicht nur abbilden sondern sogar auf der

Oberfläche hin- und herschieben. Die Abb. 1.5 zeigt dies am Beispiel von Eisenatomen, die bei sehr tiefen Temperaturen auf einer Kupferoberfläche bewegt wurden. Man hat hierbei einen Kreis aus diesen Atomen aufgebaut (unten rechts). Die wellenartigen Strukturen werden durch Elektronen hervorgerufen (auch die Elektronen können sich wie Wellen verhalten und so die beobachteten Strukturen erzeugen).

In sehr ähnlicher Weise wird beim **Raster-Kraftmikroskop** die Kraft zwischen Probenoberfläche und Spitze gemessen und zur Abbildung bzw. Manipulation der Oberfläche benutzt.

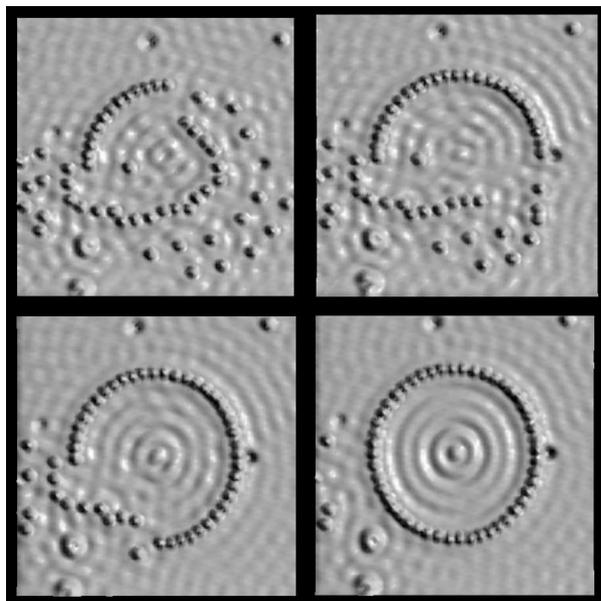


Abbildung 1.5: *Manipulation und Abbildung von Eisenatomen auf einer Kupferoberfläche mit Hilfe eines Rasterkraftmikroskopes [nach: M.F. Crommie, C.P. Lutz, D.M. Eigler (IBM), "Confinement of electrons to quantum corrals on a metal surface", Science **262**, 218-220 (1993)]. Der Durchmesser des Rings aus Fe-Atomen beträgt 14.3 nm.*

Die Abb. 1.6 zeigt eine Aufnahme der Verbindung $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$ (ein so genannter Hochtemperatursupraleiter), die mittels der Transmissions-Elektronenmikroskopie gewonnen wurde. Bei dem Verfahren wird eine sehr dünne Probe von Elektronen durchstrahlt. In der Abbildung ist sehr schön die regelmäßige Anordnung der einzelnen Atome zu sehen. Genauer gesagt sieht man bei dieser Methode ganze "Zeilen" von Atomen, die senkrecht zur Bildebene angeordnet sind.

Noch kürzere Längen können nur noch mit indirekten Methoden bestimmt werden. Im Bereich der Kernradien (fm) und darunter führt man Stoßexperimente durch, bei denen Elektronen oder andere Atomkerne auf den zu untersuchenden Kern geschossen werden. Mit Hilfe der Kenntnis der Kräfte zwischen den Stoßpartnern kann dann beispielsweise auf die Struktur des Atomkerns geschlossen werden. Die Details können dabei allerdings recht kompliziert sein.

1.2.3 Messung großer Abstände

- Im Bereich Kilometer bis Lichtstunden lassen sich gut Laufzeitexperimente durchführen, und etwa die Lichtlaufzeit zu einem Satelliten messen. Aus der Kenntnis der Lichtgeschwindigkeit (vergleiche wiederum die Definition des Meters in Gl. 1.1) lässt sich dann der Abstand des Satelliten bestimmen.

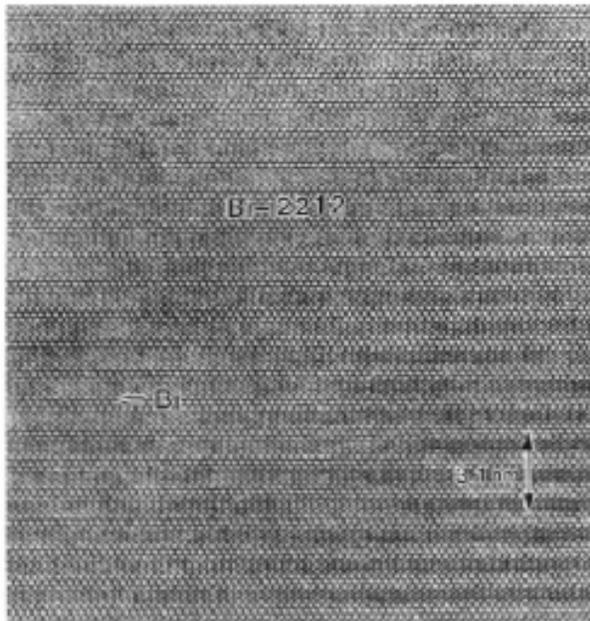


Abbildung 1.6: *Transmissions-Elektronenmikroskopie am Hochtemperatursupraleiter $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$ (abgekürzt: Bi-2212). (O. Eibl, Institut für Angewandte Physik)*

Umgekehrt wird dieses Verfahren beim Global Positioning System (GPS) angewandt, um mittels von Satelliten die eigene Position auf der Erde auf wenige Meter genau zu bestimmen. Es existieren dabei 24 Satelliten, die auf insgesamt 6 Bahnebenen mit wohlbekanntem Koordinaten kreisen. An jedem Punkt der Erde sollten damit mindestens vier Satelliten empfangbar sein. In jedem Satelliten befinden sich Atomuhren, die dem Empfänger die "genaue" Zeit mitteilen. Da das Licht aber eine gewisse Zeit braucht, um den Empfänger zu erreichen, wird die Uhrzeit jedes der Satelliten zu einer etwas unterschiedlichen Zeit beim Empfänger ankommen. Hätte der Empfänger selbst eine Atomuhr, so könnte er durch Vergleich "seiner" Zeit mit der Zeitangabe des Satelliten ermitteln, wie weit dieser Weg war. Der Empfänger muss sich auf einer Kugelschale mit dem entsprechenden Abstand um den Satelliten herum befinden (die meisten Punkte auf der Oberfläche dieser Kugel können natürlich ausgeschlossen werden, da sie nicht auf der Erdoberfläche liegen!). Bei Benutzung der Uhrzeit von zwei Satelliten kann der Ort des Empfängers immerhin schon auf die Linie eingeschränkt werden, auf der sich die beiden Kugelschalen um die beiden Satelliten schneiden. Ein dritter Satellit macht die Position des Empfängers eindeutig. Da der Empfänger selbst aber im allg. keine Atomuhr hat wird nun ein vierter Satellit herangezogen, der letztlich die fehlende Atomuhr des Empfängers ersetzt.

- bis zu Längen von einigen Lichtjahren kann der Effekt der "Parallaxe" verwendet werden, der in Abb. 1.7 skizziert ist. Wenn sich die Erde im Verlauf eines Jahres einmal um die Sonne bewegt, ändert sich die scheinbare Position eines Sterns um einen Winkel 2φ . Bei Kenntnis des Durchmessers der Erdbahn lässt sich daraus der Abstand des Sterns von der Erde bestimmen.

Versuch: Die Parallaxe wird im Hörsaal durch den Schattenwurf von zwei Kugeln, die in unterschiedlichen Abständen von einer Lampe aufgestellt sind, demonstriert. Die Lampe wird dabei entsprechend der Bewegung von A nach B in Abb. 1.7 verschoben.

Auf der Basis der Parallaxe ist die Längeneinheit Parsec (Parallaxensekunde) defi-

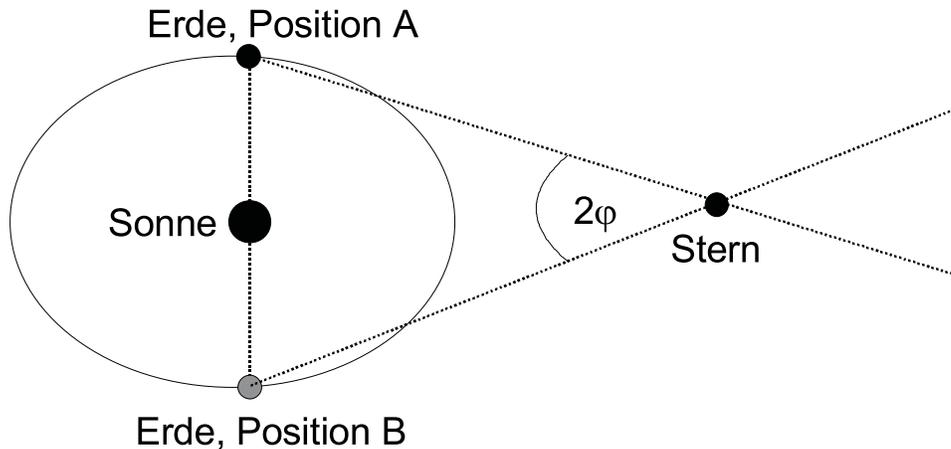


Abbildung 1.7: *Effekt der Parallaxe zur Bestimmung des Abstands eines Sterns von der Erde*

niert. Die scheinbare Bewegung eines Sterns, der 1 Parsec (=3.26 Lichtjahre) von der Erde entfernt ist, beträgt 1 Bogensekunde.

- bis zu einigen 10^5 Lichtjahre können beispielsweise Vergleiche der scheinbaren und absoluten Helligkeit spezieller Sterne (z. B. die "Cepheiden", eine spezielle Gruppe pulsierender Sterne), von Supernovae und von Galaxien zur Entfernungsbestimmung herangezogen werden. Die relative Helligkeit dieser Objekte ändert sich proportional zu $\frac{1}{r^2}$, wobei r der Abstand zum Beobachter ist. Bei bekannter absoluter Helligkeit kann daraus die Entfernung des Objekts abgeleitet werden.
- bei sehr großen Entfernungen bis zu 10^{10} Lichtjahren dient die Beobachtung ferner Galaxien und Quasare zur Entfernungsbestimmung. Auf Grund der Expansion des Universums nach dem Urknall bewegen sich diese Objekte umso schneller von der Erde weg, je weiter sie von ihr entfernt sind⁷. Dieses Wegbewegen kann man mit Hilfe des "Doppler-Effektes" nachweisen. Er führt dazu, dass die Wellenlänge des Lichts, das ein sich vom Beobachter wegbewegendes Objekt aussendet, zu größeren Werten hin verschoben ist ("Rotverschiebung"). Das akustische Gegenstück dieses Effekts können Sie beobachten, wenn ein Auto oder Zug an Ihnen vorbeifährt.

1.2.4 Zeitmessung und Messung schneller Vorgänge

Bei der Zeitmessung werden meist (aber nicht notwendig) periodische Prozesse ausgenutzt, z. B. bei der Pendeluhr, der Quarzuhr (nutzt einen Schwingquarz) oder auch bei der Atomuhr. Diese realisiert die Zeitmessung entsprechend der Definition der Zeit. Das Prinzip üblicher **Atomuhren** ist in Abb. 1.8 skizziert.

Zunächst werden in einem Atomstrahlrohr Caesiumatome verdampft. Diese werden anschließend durch einen Ablenkmagneten nach den beiden "Hyperfeinzuständen" sortiert (die magnetischen Eigenschaften des Cs sind in den beiden Zuständen unterschiedlich).

⁷Man kann sich den Effekt in zwei Dimensionen dadurch klarmachen, dass man auf einem Luftballon eine Reihe von Punkten aufmalt und diesen dann aufbläst.

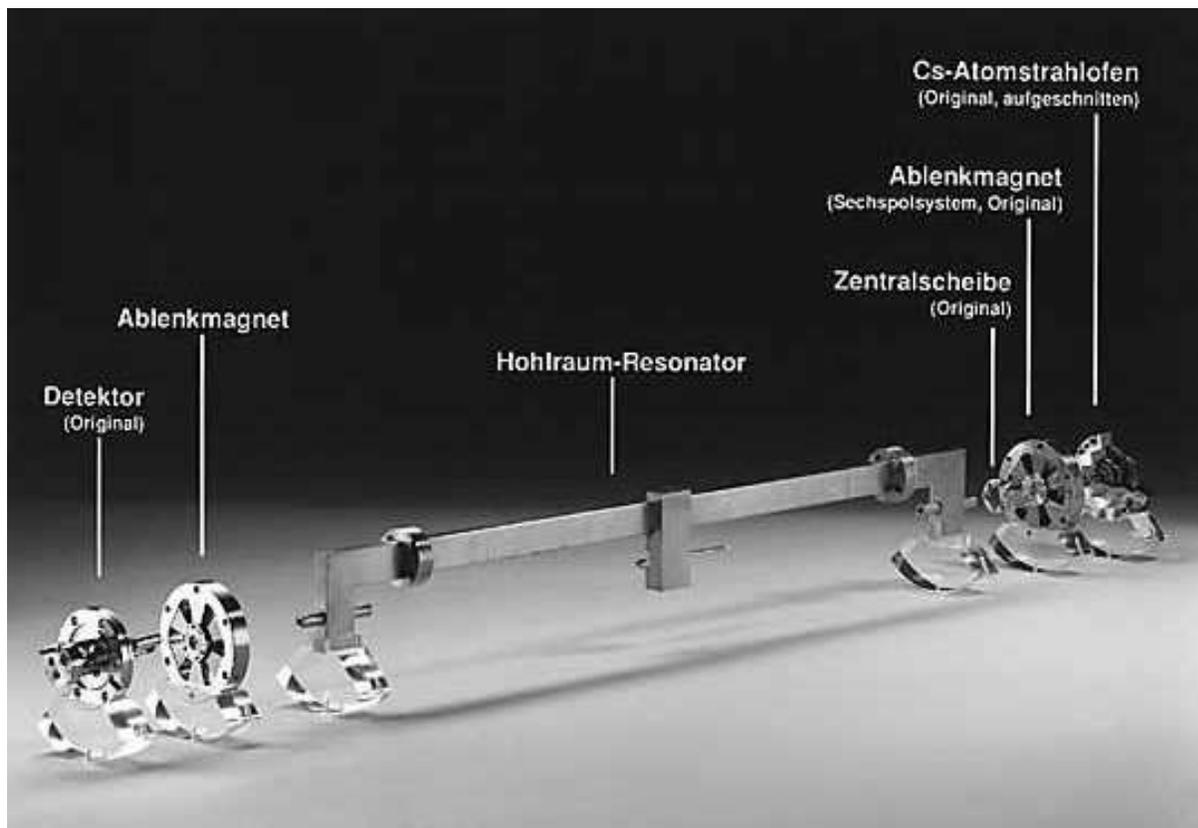


Abbildung 1.8: Die Komponenten einer Atomuhr (Physikalisch-Technische Bundesanstalt, Braunschweig)

Nur die Atome in einem der beiden Zustände laufen weiter und gelangen schließlich in einen Hohlraumresonator. Die Cs-Atome können den Energiezustand zwischen Hyperfein-niveaus wechseln, wenn ein elektromagnetisches Wechselfeld einer Frequenz f ($= 1/\text{Periodendauer}$) von ca. 9,19 GHz (ein Mikrowellenfeld) auf sie wirkt. Dieses Feld wird im Resonator erzeugt. Anschließend werden die Atome durch einen zweiten Ablenkmagneten nochmals magnetisch sortiert und schließlich in einem Detektor aufgefangen. Die maximale Zählrate erhält man, wenn die Frequenz f des Mikrowellenfeldes im Resonator 9.192631770 GHz beträgt. Diese 9192631770 Periodendauern der Schwingungen im Resonator definieren 1 Sekunde. Für extrem hohe Messgenauigkeiten verwendet man seit wenigen Jahren Uhren, die auf Laser gekühlten Cäsium Atomen basieren. Aufgrund der geringen thermischen Geschwindigkeit erreicht man so längere Wechselwirkungszeiten zwischen Atomen und Mikrowellenfeld.

Wie misst man nun **kurze Zeiten und schnelle Vorgänge**?

Zunächst ist zu sagen, dass heutzutage sehr schnelle Messelektroniken zur Verfügung stehen, die leicht Zeiten bis in den ps-Bereich messen können. Um nun einen sehr schnellen Vorgang überhaupt wahrnehmen zu können, ist es nötig, die "Uhr" rechtzeitig zu starten und auch wieder zu stoppen (man spricht von "triggern").

Ein einfaches Beispiel für die Zeitmessung eines (noch nicht allzu schnellen) Bewegungsvorgangs ist ein 100 m-Lauf, bei dem ein Startschuss eine Uhr und auch den Läufer

startet. Eine 100 m weiter aufgestellte Lichtschranke stoppt die Uhr, sobald der Läufer die Schranke unterbricht.

Beispiele für **optische Hochgeschwindigkeitsaufnahmen** sind in Abb. 1.9 bis 1.11 gezeigt. In Abb. 1.9 wurde ein gallopiertes Pferd aufgenommen. Die lange ungeklärte Frage war, ob ein Pferd während des Gallops vollständig vom Boden abhebt. Die dritte Aufnahme von links klärte diese Frage. Abb. 1.10 zeigt einen auf einer Flüssigkeit auftreffenden Tropfen, Abb. 1.11 schließlich den Schuss durch einen Apfel und einige weitere schnelle Bewegungsvorgänge.



Abbildung 1.9: *Beweis, dass Pferd bei Gallop kurzfristig schwebt, siehe drittes Bild (Edward Muybridge, 1878)*

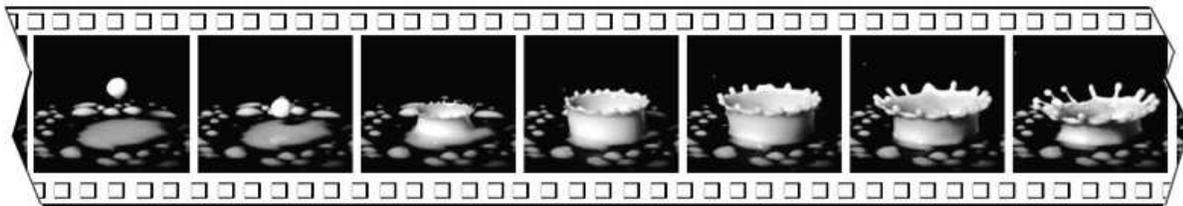


Abbildung 1.10: *Hochgeschwindigkeitsaufnahme eines auf einer Flüssigkeit auftreffenden Tropfens*

(siehe: Edgerton Center, MIT: <http://web.mit.edu/Edgerton/www/HighSpeed.html>)

Mit Hilfe sehr kurzer Laserpulse lassen sich heute sogar Vorgänge bis in den fs-Bereich erfassen. Ähnlich kurze Zeiten können auch durch die zurückgelegten Wegstrecken bei bekannter Geschwindigkeit bestimmt werden, z. B. beim Zerfall von Elementarteilchen, die sich (beinahe) mit Lichtgeschwindigkeit bewegen.

Bei der **Messung sehr langer Zeiten** kann man sich schließlich auf der Skala von ca. 10000 Jahren der Datierung durch Baumringe oder Eisablagerungen bedienen. Bis hin zur Skala von Jahrmillionen kann man Datierungen beispielsweise mittels "Leitfossilien" in Erdschichten durchführen. Ein Verfahren, das wieder etwas mehr mit Physik zu tun hat, ist die Datierung über radioaktive Zerfälle. Radioaktive Isotope wie ^{14}C oder ^{40}K zerfallen im Verlauf der Zeit in andere Atomsorten. Die Zahl der vorhandenen Kerne nimmt dabei exponentiell mit der Zeit ab, wobei nach der "Halbwertszeit" $t_{1/2}$ gerade die Hälfte aller Kerne zerfallen ist. Kennt man die anfängliche Konzentration der Kerne und bestimmt deren aktuellen Wert, so kann das Alter einer Probe errechnet werden.

Wir kommen nun zur experimentellen Messung einiger Geschwindigkeiten:

Geschwindigkeit einer Gewehrkugel, Schall- und Lichtgeschwindigkeit

Zunächst wollen wir die **Geschwindigkeit** definieren als $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$.

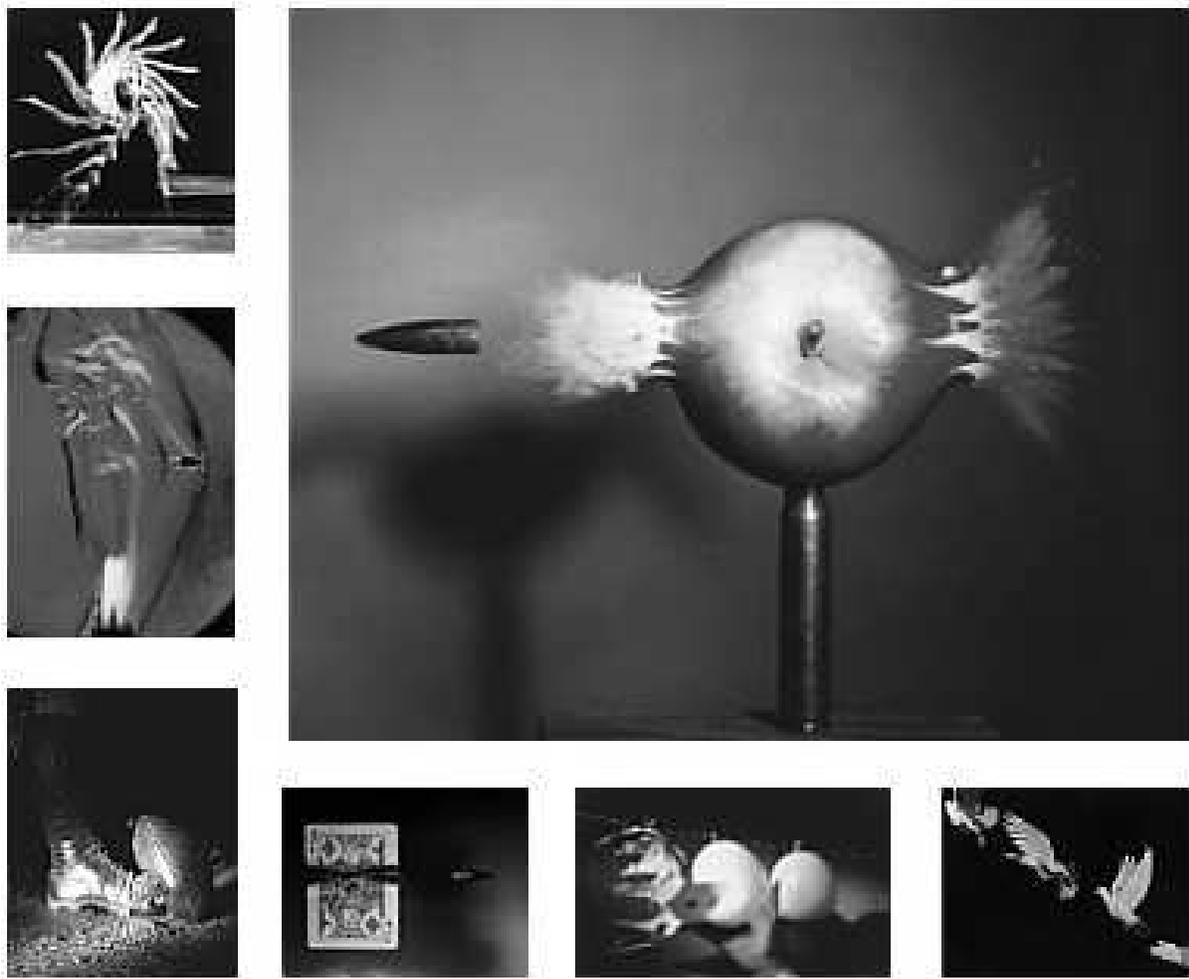


Abbildung 1.11: Hochgeschwindigkeitsaufnahmen verschiedener schneller Bewegungsvorgänge. In Bilder wurden mehrfach belichtet.
(siehe: Edgerton Center, MIT: <http://web.mit.edu/Edgerton/www/HighSpeed.html>)

Hierbei ist Δx die zurückgelegte Wegstrecke und Δt die dafür benötigte Zeit⁸.

Im **Versuch: Geschossgeschwindigkeit** zerschießt ein Geschoss zunächst ein Drahtgitter und startet damit die Messelektronik. Nach der Laufstrecke $\Delta x = 1$ m zerstört das Geschoss ein zweites Gitter und stoppt damit die Uhr. Wir finden eine Laufzeit von etwa $\Delta t = 3.428 \mu\text{s}$ und damit $v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \approx 292\text{m/s}$.

Im **Versuch: Schallgeschwindigkeit** durchläuft ein von einem Lautsprecher erzeugter kurzer Schallpuls eine Gassäule von 1 m Höhe. Ein in der Nähe des Lautsprecher angebrachtes Mikrofon startet die Uhr, ein zweites Mikrofon stoppt die Uhr. Bei Raumdruck finden wir eine Geschwindigkeit von etwa $v_s = 328\text{m/s}$. Erniedrigt man den Druck der Gassäule, so findet man bei etwa 10% des Raumdrucks einen nur unwesentlich niedrigeren Wert von

⁸Ab dem nächsten Abschnitt werden wir die Intervalle Δx und Δt durch infinitesimal kleine Abschnitte dx und dt ersetzen, d. h. $v = \frac{dx}{dt}$.

$v_s = 325\text{m/s}$. Erst bei sehr niedrigem Druck sinkt v_s schließlich deutlich ab (Es sei hier ferner angemerkt, dass v_s stark von der Temperatur abhängt).

Im **Versuch**: *Lichtgeschwindigkeit* wird die Laufzeit eines Lichtpulses zunächst über eine $\Delta x = 2 \times 7.50\text{m} = 15\text{ m}$ lange Laufstrecke gemessen. Hierbei wird ein polarisierter Laserstrahl durch eine "Pockelszelle" geschickt, die durch kurzzeitiges, elektrisch ausgelöstes Drehen der Polarisationssebene für das Laserlicht durchlässig wird. Die Länge der Pulse beträgt wenige ps. Ein Teil des Laserpulses wird als Referenz mittels einer Lichtfaser von der Messelektronik (ein Photomultiplier) eingegeben. Der Rest des Pulses durchläuft die Strecke von 7.5 m, wird an einem Spiegel reflektiert und erreicht mit einer Zeitverzögerung Δt gegenüber dem Referenzpuls den Photomultiplier. Die Messelektronik mittelt über einige 100 Pulse und stellt den Mittelwert auf einem Oszillographen dar. Man sieht den Referenzpuls und den reflektierten Puls. Die Zeitdifferenz Δt beträgt 50 ns, was sehr schön dem Wert $c = 3 \cdot 10^8\text{ m/s}$ entspricht. Ein "Kontrollexperiment" mit einer Laufstrecke von $2 \times 15\text{ m}$ ergibt $\Delta t = 100\text{ ns}$ in guter Übereinstimmung.

Die ersten - erfolglosen - Versuche zur Messung der Lichtgeschwindigkeit wurden angeblich bereits von Galileo Galilei (1564-1662) unternommen (vgl. Abb. 1.12). Er wollte die Lichtgeschwindigkeit mit Hilfe von Laternenträgern zu bestimmen, die sich in einem gewissen Abstand voneinander aufgestellt hatten.

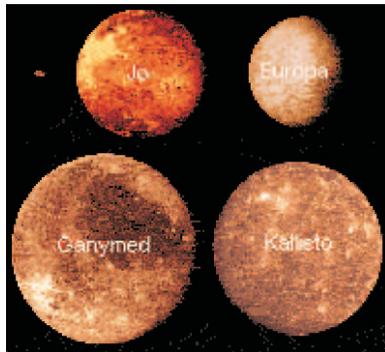


Abbildung 1.12: *Galileis Versuch zur Messung der Lichtgeschwindigkeit*

(http://www.physik.uni-muenchen.de/didaktik/U_materialien/leifiphysik/web_ph09/versuche/09lichtgeschwindigkeit/index.htm)

Die erste echte Bestimmung von c erfolgte 1676 durch Olaf Rømer durch Beobachtung der Zeitverschiebung bei der Verfinsterung der Jupitermonde. Bestimmt man deren Umlaufzeit, während sich die Erde am Jupiternächsten Punkt befindet und berechnet dann voraus, wo die Monde sein müssten, wenn die Erde ein halbes Jahr später um 2 AE weiter vom Jupiter entfernt ist, so findet man eine Zeitverschiebung von ca. 20 min. Hieraus konnte Rømer c zu etwa $3 \cdot 10^8\text{ m/s}$ bestimmen.

Die erste "irdische" Messung erfolgte 1840 durch Hippolyte Fizeau (Abb. 1.14). Er benutzte ein sich schnell drehendes Zahnrad, um Lichtpulse zu erzeugen, die nach einer Laufstrecke von ca. 8.6 km gespiegelt wurden und zum Zahnrad zurückkehrten. Der Lichtpuls kann wieder durch das Zahnrad gehen, wenn sich dieses um eine ganze Zahl von Zähnen weitergedreht hat. Die Messung lieferte $c \approx 3.13 \cdot 10^8\text{ m/s}$, hatte also einen systematischen Fehler von ca. 5%.



Jupitermonde



Olaf Römer 1644-1710

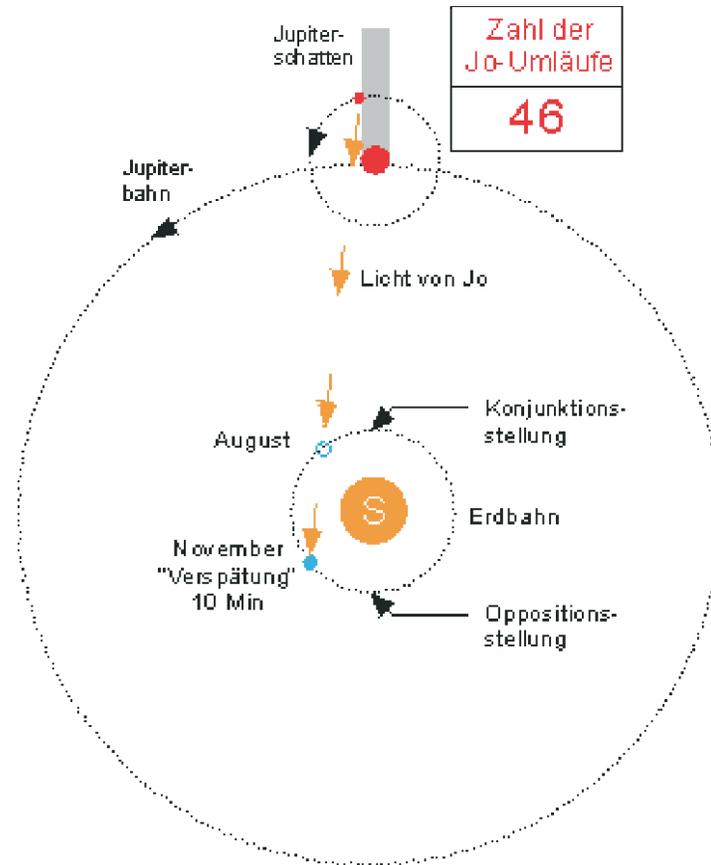


Abbildung 1.13: Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit durch Olaf Römer

(http://www.physik.uni-muenchen.de/didaktik/U_materialien/leifiphysik/web_ph09/versuche/09lichtgeschwindigkeit/index.htm)

Die letzte Methode, die hier erwähnt werden soll ist die Drehspiegelmethode von Jean Bernhard Foucault (1869). Das Prinzip wird aus Abb. 1.15 klar. Diese Methode lieferte $c \approx 3 \cdot 10^8$ m/s.

Zum Abschluss sei noch kurz auf die Messmethoden eingegangen, die üblicherweise im Geschwindigkeitsbereich zwischen 30 km/h und gut 200 km/h eingesetzt werden (s. Abb. 1.16). Beim Radarkasten werden Mikrowellen (typische Frequenzen: $f = 34$ GHz oder $f = 24$ GHz) am fahrenden Auto reflektiert. Durch den Dopplereffekt ist die Frequenz des reflektierten Strahls etwas höher als die ausgesandte Frequenz, woraus sich die Geschwindigkeit des Wagens bestimmen lässt. Bei der Laserpistole werden kurze Laserpulse ausgesandt. Die rückreflektierten Pulse haben eine etwas höhere Rate als die ausgesandten Pulse, da das Auto zwischen zwei aufeinanderfolgenden Pulsen der Laserpistole etwas entgegengefahren ist.

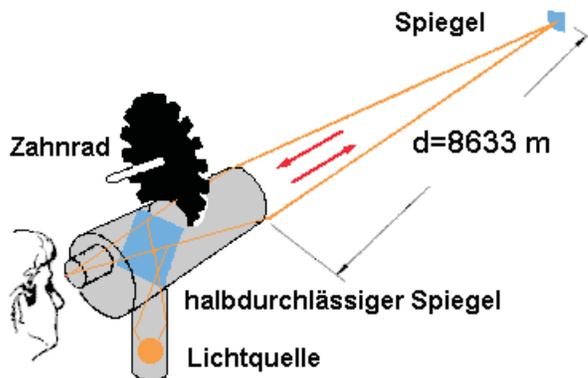
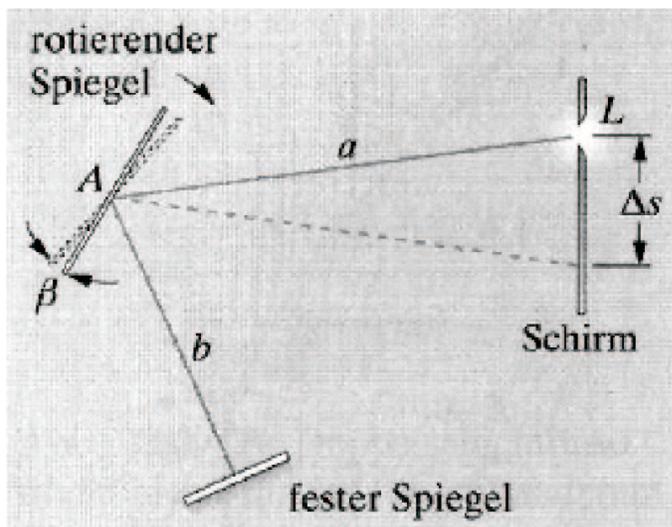


Abbildung 1.14: Zahnradmethode nach Hippolyte Fizeau (1819-1896) zur Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit (http://www.physik.uni-muenchen.de/didaktik/U_materialien/leifiphysik/web_ph09/versuche/09lichtgeschwindigkeit/index.htm)



Jean Bernhard Foucault
1819-1868

Abbildung 1.15: Drehspiegelmethode nach Foucault, 1869
<http://www.bingo-ev.de/~kg666/verschie/physiker/foucault.htm>



Abbildung 1.16: Radargerät und Laserpistole (<http://www.r-technik.com/mess.htm>)

