

Aufgabe 1 (1+1+1 Punkte)

Prüfen Sie mithilfe von Wahrheitstafeln, ob die folgenden Aussagen und Aussagenschemata tautologisch, kontradiktorisch oder kontingent sind.

- a) $p_0 \leftrightarrow (p_0 \rightarrow \perp)$
- b) $((\phi \rightarrow \perp) \rightarrow \phi) \rightarrow \psi$
- c) $\phi \wedge \psi \rightarrow \phi \vee \psi$

Aufgabe 2 (1+2+1+2 Punkte)

Zeigen Sie, dass folgende Beziehungen für alle Aussagen ϕ, ψ und χ gelten:

- a) $\neg(\phi \wedge \psi), \phi \models \neg\psi$
- b) $\phi \rightarrow \chi, \chi \rightarrow \psi \models \phi \rightarrow \psi$
- c) $\phi \rightarrow \psi \models \neg\psi \rightarrow \neg\phi$
- d) $\phi \wedge \psi \rightarrow \chi \models (\phi \rightarrow \chi) \vee (\psi \rightarrow \chi)$

Aufgabe 3 (2 Punkte)

Beweisen Sie, dass für alle Belegungen v gilt:

$$\llbracket \phi \rightarrow \psi \rrbracket_v = 1 \text{ genau dann, wenn } \llbracket \phi \rrbracket_v \leq \llbracket \psi \rrbracket_v.$$

Aufgabe 4 (2 + 2 Punkte)

Es sei $\text{PROP}_{\wedge\vee} \subseteq \text{PROP}$ die Menge aller Aussagen, in denen als Junktoren nur \wedge und \vee vorkommen.

- a) Geben Sie Belegungen v und w an unter denen jeweils sämtliche Aussagen aus $\text{PROP}_{\wedge\vee}$ mit 0 bzw. mit 1 bewertet werden. Beweisen Sie dies unter Verwendung des geeigneten Induktionsprinzips.
- b) Welche Formeln aus $\text{PROP}_{\wedge\vee}$ sind erfüllbar, welche kontingent, welche kontradiktorisch und welche tautologisch?