

Aufgabe 1 (3 Punkte)

Zeigen Sie, daß die Komposition von Substitutionen nicht kommutativ ist.

Aufgabe 2 (5 Punkte)

Betrachte die Formel

$$\exists x \neg (\exists y A \vee \forall y B) \vee \exists u \forall v C$$

wobei A, B, C drei verschiedene quantorenfreie Formeln sind, so daß $FV(A) = FV(B) = \{x, y\}$ und $FV(C) = \{u, v\}$.

- (a) Wieviele Möglichkeiten Quantoren nach außen zu ziehen gibt es für diese Formel, um syntaktisch verschiedene pränexe Normalformen zu bilden? (4 Punkte)
- (b) Welche dieser Möglichkeiten wäre für eine anschließende Skolemisierung zu bevorzugen? (1 Punkte)

Aufgabe 3 (12 Punkte)

Geben Sie für folgende Formeln jeweils eine Klauselmenge an. (Formen Sie dazu erst schrittweise in eine pränexe Normalform und dann schrittweise in eine konjunktive Skolem-Normalform um.)

- (a) $P(x) \wedge (\forall x \forall y (R(y) \rightarrow S(x)) \rightarrow T(x))$ (3 Punkte)
- (b) $P(x) \rightarrow (P(y) \rightarrow (P(z) \rightarrow \forall x \neg \forall y \forall z Q(x, y, z)))$ (3 Punkte)
- (c) $((\forall x \forall y \forall z Q(x, y, z) \rightarrow P(x)) \rightarrow P(y)) \rightarrow P(z)$ (3 Punkte)
- (d) $\exists z (\forall x (P(f(a, z)) \rightarrow \exists y (Q(y, b, x) \rightarrow P(f(y))))))$ (3 Punkte)