

**Aufgabe 1** (4 Punkte)

In dem Modell  $\mathcal{M} = \langle Z, \mathbf{r}, \mathbf{u} \rangle$  sei für die Programme  $\alpha$  und  $\beta$  erfüllt, daß  $\mathbf{r}(\alpha) \subseteq \mathbf{r}(\beta)$ . Zeigen Sie, daß für alle Formeln  $\phi$  gilt:

$$\mathcal{M} \models [\beta]\phi \rightarrow [\alpha]\phi$$

**Aufgabe 2** (4 Punkte)

Zeigen Sie, daß folgende Formeln in allen Modellen gelten:

(a)  $[\alpha; \beta]\phi \leftrightarrow [\alpha][\beta]\phi$

(b)  $\langle \alpha \rangle \phi \rightarrow \langle \alpha^* \rangle \phi$

**Aufgabe 3** (4 Punkte)

Der Konversoperator  $^-$  erweitert die Sprache der DAL in folgender Weise:

- Wenn  $\alpha$  ein Programm ist, dann auch  $\alpha^-$ .

Die Semantik der DAL wird um folgende Klausel erweitert:

- $\mathbf{r}(\alpha^-) = (\mathbf{r}(\alpha))^-$

Zeigen Sie, daß folgende  $DAL^-$ -Formeln in allen Modellen gültig sind:

(a)  $[(\alpha + \beta)^-]\phi \leftrightarrow [(\alpha^- + \beta^-)]\phi$

(b)  $[(\alpha; \beta)^-]\phi \leftrightarrow [(\beta^-; \alpha^-)]\phi$

(c)  $\langle \alpha^{--} \rangle \phi \leftrightarrow \langle \alpha \rangle \phi$

(d)  $\phi \rightarrow [\alpha]\langle \alpha^- \rangle \phi$

**Aufgabe 4** (4 Punkte)

Zeigen Sie, daß in DAL die Regel

$$\frac{\phi \rightarrow \psi}{\langle \alpha \rangle \phi \rightarrow \langle \alpha \rangle \psi}$$

eine zulässige Schlußregel ist.