Logiken für Programme und Prozesse — Übungsblatt 7

Michael Arndt, WSI für Informatik **WS 2006/07**

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Der Konversoperator $^-$ erweitert die Sprache der DAL in folgender Weise:

- Wenn α ein Programm ist, dann auch α^-.

Die Semantik der DAL wird um folgende Klausel erweitert:

- $\mathfrak{r}(\alpha^-) = (\mathfrak{r}(\alpha))^-$

Zeigen Sie, daß folgende DAL$^-$-Formeln in allen Modellen gültig sind:

(a) $[(\alpha + \beta)^-]\phi \leftrightarrow [(\alpha^- + \beta^-)]\phi$

(b) $[(\alpha;\beta)^-]\phi \leftrightarrow [(\beta^-;\alpha^-)]\phi$

(c) $\langle \alpha^{--} \rangle \phi \leftrightarrow \langle \alpha \rangle \phi$

(d) $\phi \rightarrow [\alpha]\langle \alpha^- \rangle \phi$

Aufgabe 2 (6 Punkte)

Zeigen Sie, daß in dem Modell $\mathfrak{N} = \langle N, \mathfrak{r}, \mathfrak{u} \rangle$, in dem die Zustandsmenge N die Menge aller maximal konsistenten Formelmengen ist, und $\mathfrak{r}$ bzw. $\mathfrak{u}$ definiert sind durch

$$\mathfrak{r}(\alpha) \stackrel{def}{=} \{(x,y) \mid \forall \phi \in \Phi : [\alpha]\phi \in x \Rightarrow \phi \in y\}$$

$$\mathfrak{u}_x(\phi) \stackrel{def}{=} \begin{cases} \mathbf{1} & \text{falls } \phi \in x \\ \mathbf{0} & \text{falls } \phi \notin x \end{cases}$$

für alle Programme α, β gilt:

$$\mathfrak{r}(\alpha + \beta) = \mathfrak{r}(\alpha) \cup \mathfrak{r}(\beta)$$

Aufgabe 3 (6 Punkte)

Beweisen Sie Lemma 4.14 (ii):

$$\text{Wenn } \rho \in FL^{\Box}([\alpha]\phi), \text{ dann } FL(\rho) \subseteq FL^{\Box}([\alpha]\phi) \cup FL(\phi).$$