Logiken für Programme und Prozesse — Übungsblatt 9

Michael Arndt, WSI für Informatik **WS 2006/07**

Aufgabe 1 (5 Punkte)

Zeigen Sie die Gültigkeit folgender Formelschemata:

(a) $t_1 = t_2 \wedge t_2 = t_3 \rightarrow t_1 = t_3$

(b) $(\forall x_j)[x_i := x_j]\phi \rightarrow (\forall x_i)\phi$, falls $x_i \neq x_j$ und x_j nicht frei in ϕ vorkommt

(c) $(\forall x_i)\phi \rightarrow [x_i := t]\phi$

(d) $(\forall x_i)\phi \rightarrow [x_i := t](\forall x_i)\phi$

(e) $(\forall x_j)[x_i := t]\phi \rightarrow [x_i := t](\forall x_j)\phi$, falls $x_i \neq x_j$ und x_j nicht frei in t vorkommt

Aufgabe 2 (5 Punkte)

Es sei für jedes $n \in \mathbb{N}$ die Relation $<_n$ eine Wohlordnung einer Indexmenge I_n. Wir definieren eine neue Indexmenge I und darauf die Relation $<$ durch:

$$\begin{aligned} I &\stackrel{def}{=} \bigcup_{n\in\mathbb{N}}(I_n \times \{n\}) \\ (i_1, n_1) < (i_2, n_2) &\stackrel{def}{\Leftrightarrow} (n_1 = n_2 \text{ und } i_1 <_{n_1} i_2) \text{ oder } n_1 <_{\mathbb{N}} n_2 \end{aligned}$$

Zeigen Sie, daß $<$ eine Wohlordnung ist.