

Aufgabe 1

Geben Sie eine zur Formel $A \rightarrow (\neg B \vee C)$ äquivalente Formel an, die nur die folgenden Junktoren verwendet:

- a) \wedge und \neg
- b) \rightarrow und \perp
- c) $|$

Aufgabe 2

Geben Sie disjunktive und konjunktive Normalformen für folgende Formel an:

$$A \downarrow (B | C)$$

HINWEIS: Es ist „ $\phi \downarrow \psi$ “ bzw. „ $\phi | \psi$ “ die Rejektion bzw. die Exklusion von ϕ und ψ in Infixnotation.

Aufgabe 3

Zeigen Sie:

- a) $A \rightarrow (B \rightarrow C) \vdash_{\text{HK}} (A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)$
- b) $A \wedge B \vdash_{\text{HK}} A \vee B$
- c) $A \rightarrow B, B \rightarrow C \vdash_{\text{HK}} A \rightarrow C$
- d) $A \vee B \rightarrow C \vdash_{\text{HK}} (A \rightarrow C) \wedge (B \rightarrow C)$

HINWEIS: Einige dieser Aufgaben sind nicht ganz einfach. Sinn dieser Aufgabe ist, die “Natürlichkeit” des Kalküls des Natürlichen Schließens in der kommenden Sitzung zu unterstreichen. In der Klausur werden keine Herleitungen im Hilbertkalkül zu konstruieren sein.

Aufgabe 4

Zeigen Sie:

- a) $\vdash_{\text{HK}} (A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C))$
- b) $\vdash_{\text{HK}} A \wedge B \rightarrow A \vee B$
- c) $\vdash_{\text{HK}} (A \rightarrow B) \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C))$
- d) $\vdash_{\text{HK}} (A \vee B \rightarrow C) \rightarrow ((A \rightarrow C) \wedge (B \rightarrow C))$

HINWEIS: In einigen Fällen können Sie das Deduktionstheorem (ggf. mehrfach) auf die Lösungen der obigen Aufgabe anwenden. Das kann insgesamt sehr aufwendig sein.