

Aufgabe 1 (5 Punkte)

Wir betrachten die folgende Ableitung:

$$\frac{\frac{\frac{[A \wedge B]^2}{A} (\wedge B)}{C \rightarrow A} (\rightarrow E) \quad [B \rightarrow C]^1}{\frac{\frac{A}{(B \rightarrow C) \rightarrow A} (\rightarrow E)^1}{(A \wedge B) \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow A)} (\rightarrow E)^2} \frac{\frac{\frac{[A \wedge B]^2}{B} (\wedge B)}{A \wedge B} (\wedge B)}{C} (\rightarrow B)$$

- (a) Geben Sie alle maximalen Formelvorkommen an. (1 Punkt)
- (b) Formulieren Sie die \wedge -Reduktion (\triangleright_{\wedge}) für konjunktive Maximalformeln $A \wedge B$. (2 Punkte)
- (c) Bringen Sie die Ableitung schrittweise in Normalform. (2 Punkte)

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Zeigen Sie durch Angabe einer Ableitung in NI: $\vdash_{NI} (((p \rightarrow q) \rightarrow p) \rightarrow p)^{\text{g}}$.

Aufgabe 3 (5 Punkte)

Beweisen Sie, dass für negative Formeln A gilt: $\vdash_{NM} A \leftrightarrow \neg\neg A$.

Vervollständigen Sie hierzu den Beweis aus der Vorlesung.

Aufgabe 4 (6 Punkte)

Beweisen Sie: Wenn $\Gamma^{\text{g}} \vdash_{NM} A^{\text{g}}$, dann $\Gamma \vdash_{NK} A$.

Zeigen Sie hierzu zunächst $\vdash_{NK} A \leftrightarrow A^{\text{g}}$.