

Aufgabe 1 (3 Punkte)

(a) Zeigen Sie, dass die Regel

$$\frac{A \rightarrow \neg B}{\neg(A \wedge B)}$$

in NI ableitbar ist.

(2 Punkte)

(b) Ist die Regel auch im Kalkül NM für minimale Logik ableitbar?

(1 Punkt)

Aufgabe 2 (2 Punkte)

Zeigen Sie: Jede ableitbare Regel ist auch zulässig.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass die Ex-falso-Regel (\perp) in NI^a zulässig ist. Vervollständigen Sie hierzu den Beweis aus der Vorlesung.

Aufgabe 4 (11 Punkte)

(a) Geben Sie Einführungs- und Beseitigungsregeln für die Biimplikation \leftrightarrow an, in denen \leftrightarrow als einzige logische Konstante vorkommt. (2 Punkte)

(b) Nun erweitern wir NI durch Hinzunahme der Regeln aus (a) zum Kalkül NI' .

Zeigen Sie für NI' : $\vdash_{NI'} \neg(A \rightarrow B) \leftrightarrow \neg(\neg A \vee B)$.

(4 Punkte)

(Alternativ können Sie die beiden Richtungen von \leftrightarrow auch einzeln in NI zeigen.)

(c) Nun beschränken wir uns wieder auf den Kalkül NI, definieren aber die Biimplikation \leftrightarrow durch

$$A \leftrightarrow B := (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$$

Zeigen Sie für eine Beseitigungsregel für \leftrightarrow aus (a), dass diese in NI ableitbar ist. (1 Punkt)

(d) In der klassischen Logik gilt $(A \rightarrow B) \leftrightarrow (\neg A \vee B)$.

Gilt $(A \rightarrow B) \rightarrow (\neg A \vee B)$ intuitionistisch? Begründen Sie.

(2 Punkte)

Gilt $(\neg A \vee B) \rightarrow (A \rightarrow B)$ intuitionistisch? Begründen Sie.

(2 Punkte)