

**Aufgabe 1** (3+3+3 Punkte)

Definieren Sie unter Verwendung des Rekursionskombinators **R** Kombinatoren **Add**, **Mul** und **Exp** für Addition, Multiplikation und Exponentiation von Church-Ziffern. Es soll also gelten:

$$\mathbf{Add} \underline{m} \underline{n} =_{\beta} \underline{m + n}$$

$$\mathbf{Mul} \underline{m} \underline{n} =_{\beta} \underline{m \cdot n}$$

$$\mathbf{Exp} \underline{m} \underline{n} =_{\beta} \underline{m^n}$$

**Aufgabe 2** (5 Punkte)

Geben Sie einen Kombinator **IsZ** an, der den Test auf Null für Church-Ziffern realisiert, wobei  $\underline{1}$  für „wahr“ und  $\underline{0}$  für „falsch“ steht. Es soll also gelten:

$$\mathbf{IsZ} \underline{n} =_{\beta} \begin{cases} \underline{1} & \text{falls } n = 0 \\ \underline{0} & \text{sonst} \end{cases}$$

**Aufgabe 3** (6 Zusatzpunkte)

Geben Sie einen Kombinator **IsE** an, der den Test auf Gleichheit für Church-Ziffern realisiert. Es soll also gelten:

$$\mathbf{IsE} \underline{m} \underline{n} =_{\beta} \begin{cases} \underline{1} & \text{falls } m = n \\ \underline{0} & \text{sonst} \end{cases}$$

Hinweis: Ermitteln Sie auf geeignete Weise die Differenz von  $m$  und  $n$ , und überprüfen Sie diese auf Null.