Übungen zur Vorlesung Mathematische Logik

PD Dr. Fritz Hamm, Prof. Dr. P. Schroeder-Heister **Blatt 4**

Aufgabe 1 (2 Punkte)

Geben Sie ein einfaches Verfahren zur Überprüfung der Erfüllbarkeit einer Formel in disjunktiver Normalform an.

Aufgabe 2 (8 Punkte)

Zeigen Sie, daß folgendes Verfahren zu jeder Formel ϕ eine erfüllbarkeitsäquivalente Formel ψ konstruiert: Für eine Formel ϕ seien $\phi_1, \ldots, \phi_n$ deren Teilformeln, wobei speziell $\phi_n \doteq \phi$. Seien weiterhin $A_1, \ldots, A_n$ neue atomare Aussagensymbole. Die Formel ψ sei dann die Konjunktion von A_n und den konjunktiven Normalformen all dieser Formeln:

$$(A_i \vee A_j) \leftrightarrow A_k \quad \text{für} \quad \phi_k \doteq (\phi_i \vee \phi_j)$$

$$(A_i \wedge A_j) \leftrightarrow A_k \quad \text{für} \quad \phi_k \doteq (\phi_i \wedge \phi_j)$$

$$\neg A_i \leftrightarrow A_k \quad \text{für} \quad \phi_k \doteq \neg \phi_i$$

Aufgabe 3 (6 Punkte)

Überprüfen Sie mithilfe des Resolutionsverfahrens, ob folgende Mengen von Formeln erfüllbar sind.

a) $\{p, \neg s, \neg(q \wedge r) \vee \neg(\neg s \wedge p), \neg(p \wedge q) \vee r, p \rightarrow q\}$

b) $\{p, q, \neg s, (p \rightarrow q) \rightarrow s, \neg(p \wedge q) \vee r, \neg p \vee \neg q \vee \neg r\}$