

Aufgabe 1

Geben Sie eine Konstruktion folgender Formeln gemäß der BHK-Interpretation der logischen Zeichen an:

a) $(p \rightarrow q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow q) \rightarrow p \rightarrow r$

b) $(p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$

c) $\neg(p \vee q) \leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q)$

d) $\neg\neg(((p \rightarrow q) \rightarrow p) \rightarrow p)$

Aufgabe 2

Beweisen Sie die Formeln aus Aufgabe 1 in NJ.

Aufgabe 3

Für eine binäre Relation R sei $\mathfrak{T}(R)$ deren transitiver Abschluß. Welche der folgenden Halbordnungen sind Verbände? Heyting Algebren? Boolesche Algebren?

a) $\mathfrak{T}(\{(0, 2), (2, 1)\})$

b) $\mathfrak{T}(\{(0, 2), (2, 4), (4, 1), (0, 3), (3, 1)\})$

c) $\mathfrak{T}(\{(0, 2), (2, 4), (4, 1), (0, 3), (3, 1), (3, 4)\})$

d) $\mathfrak{T}(\{(0, 4), (4, 2), (4, 3), (2, 1), (3, 1)\})$

e) $\mathfrak{T}(\{(0, 2), (0, 3), (2, 4), (3, 4), (4, 1)\})$

Aufgabe 4

Sei V ein Verband. Zeigen Sie:

a) Wenn $(a \sqcup b) \sqcap c \leq (a \sqcap c) \sqcup (b \sqcap c)$ für alle $a, b, c \in V$, dann ist V distributiv.

b) Wenn $a \Rightarrow b$ für alle $a, b \in V$ existiert, dann ist V distributiv.